Microeconomía IV

Notas de Clase

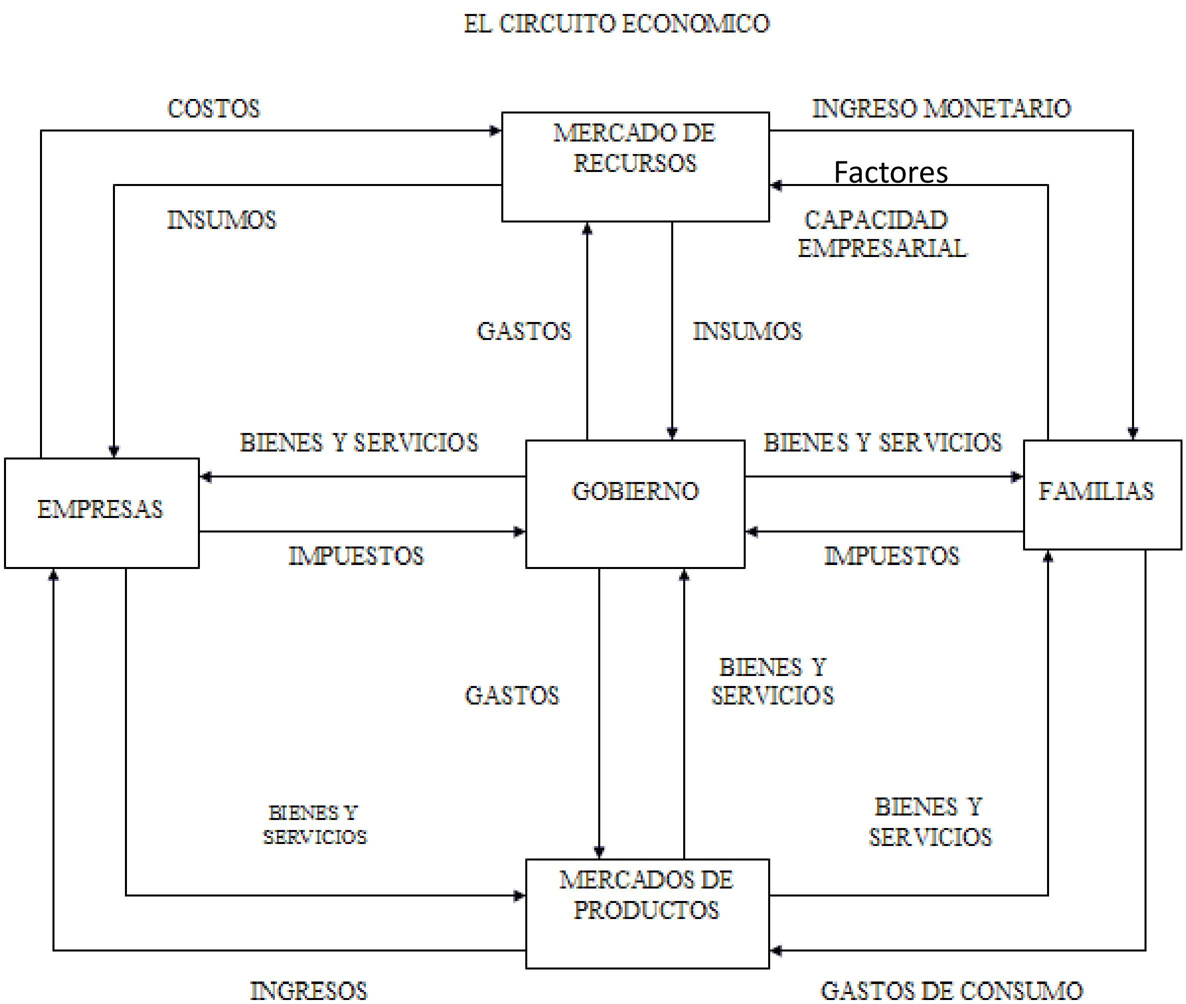
Luis Zambrano Sequín
Profesor Titular
Instituto de Investigaciones
Económicas y Sociales
UCAB

Índice

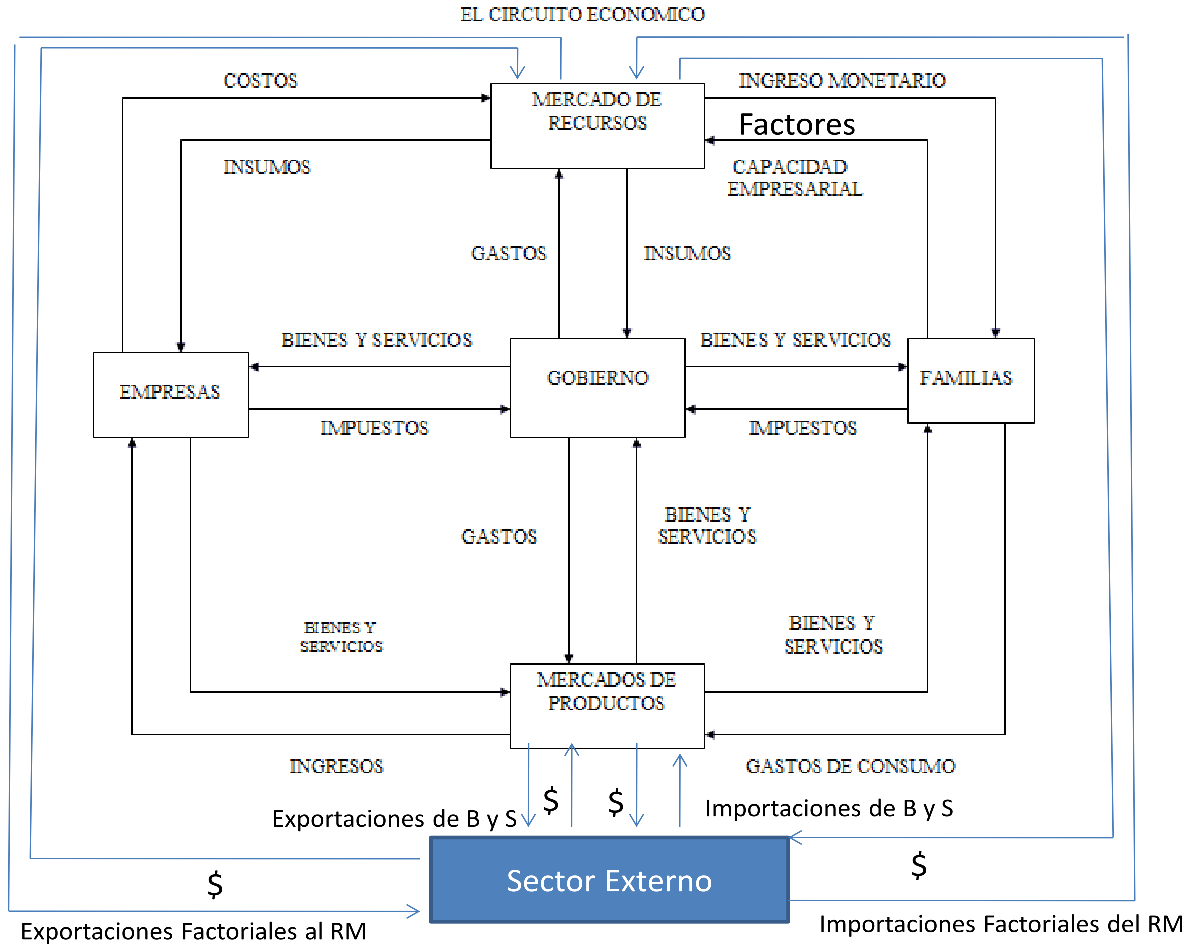
Tema 1: Equilibrio Parcial

1. La economía como un sistema: un enfoque esquemático

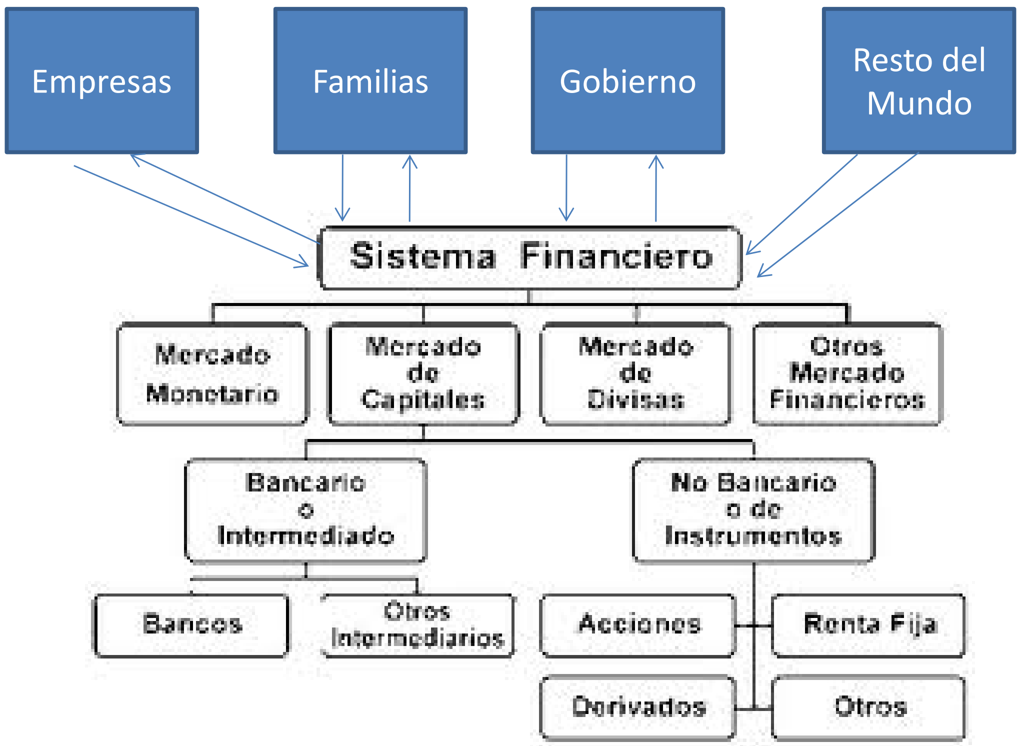
Economía Real Cerrada



Economía Real Abierta



Mercados Financieros y Monetarios



- En el curso anterior se desarrolló un análisis de Economía Positiva y Parcial: cómo se comportan los agentes (consumidores y empresas) y su repercusión en los mercados individuales. Para ello se definieron los distintos tipos de mercado que son el resultado de los comportamientos optimizadores de los agentes.
- Aquí se adoptará un enfoque positivo, pero también normativo y general, explicando las condiciones necesarias para que se alcance la eficiencia económica en los mercados individuales y en su conjunto, y que sucede cuando los mercados fallan en lograr la eficiencia.
- Es de notar que las alternativas de acción ante las fallas del sistema de mercado constituyen uno de los aspectos centrales de la Política Económica.
- En especial estudiaremos:

- Las condiciones para que se alcance un equilibrio simultáneo en todos los mercados (análisis de equilibrio general). Hasta ahora todo el análisis se ha basado en el equilibrio parcial de mercados aislados asumiendo como válida la cláusula caeteris paribus.
- Las condiciones para que una economía sea eficiente o las llamadas condiciones de Óptimo de Pareto (Economía del Bienestar)
- Analizaremos las fallas que pueden surgir en una economía basada en el sistema de mercados y sus efectos sobre la eficiencia y el bienestar:
  - La incertidumbre
  - Las asimetrías de información
  - Las externalidades
  - La existencia de bienes públicos

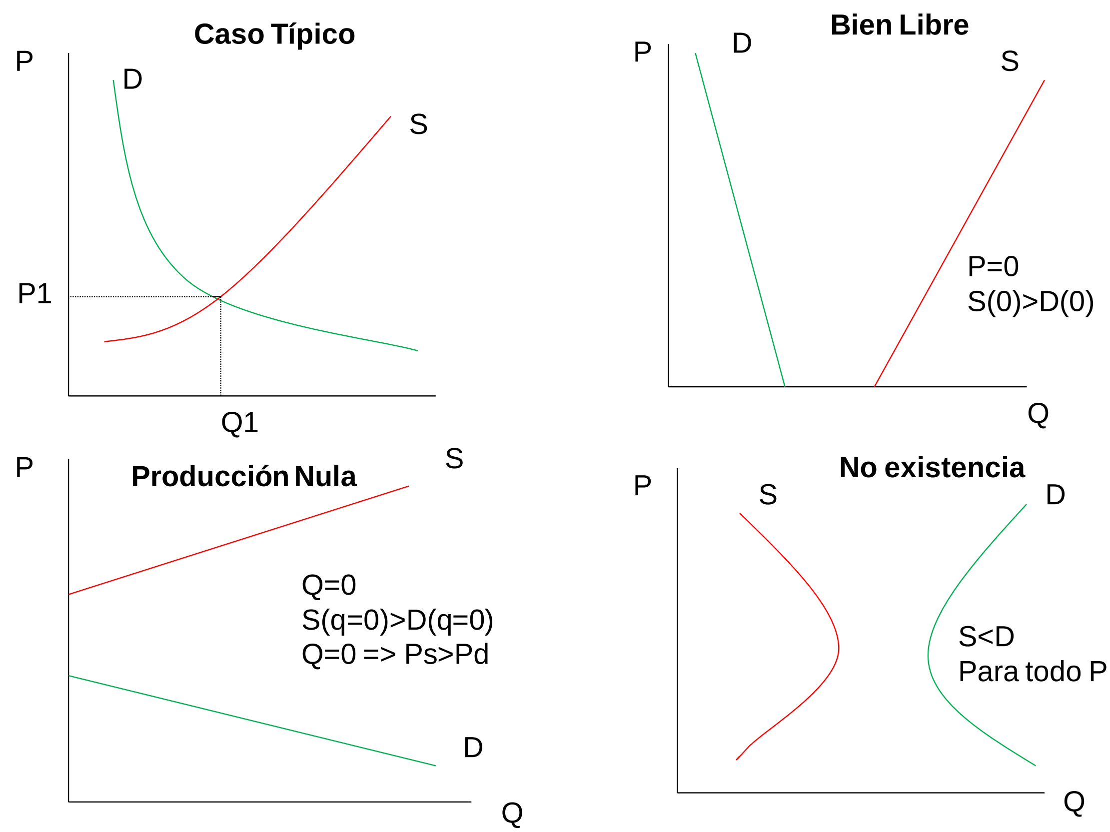
2. Equilibrio Parcial

- Modelo de equilibrio parcial.
- Tres aspectos fundamentales en el estudio del equilibrio relacionados con el tema de la eficiencia económica de los mercados: *existencia, unicidad y estabilidad.*
- La noción de equilibrio y su relevancia para la *comprensión y el análisis* de las economías de mercado.

Existe *un equilibrio, en un mercado de un bien, si hay por lo menos un precio no negativo (podría ser cero) al cual la cantidad ofrecida se iguala a la cantidad demandada y estas no son cantidades negativas (estamos hablando de bienes).*

No existe *un equilibrio si no hay al menos una combinación de precio y cantidad* ***no negativa*** *para la cual la cantidad ofrecida sea igual a la cantidad demandada.*

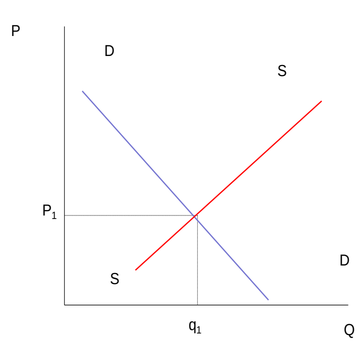
- Aquí ampliaremos la definición de equilibrio para incluir los casos de los bienes libres y los de producción nula:
- *Bien libre*: equilibrio sí: $P = 0$ y $S_{(p=0)} > D_{(p=0)}$
- *Producción nula*: equilibrio sí: $q = 0$ y $S_{(q=0)} > D_{(q=0)}$, $P_o > P_d$



3. Existencia del Equilibrio

- La existencia del equilibrio establece que los mercados competitivos son *instituciones que permiten la coordinación* de la actividad económica en un mundo en el que cada agente persigue sus propios intereses.

- Caso típico:



$$\begin{cases} q_d = \alpha - \beta p \\ q_S = -\gamma + \delta p \qquad ; \alpha, \beta, \gamma, \delta > 0 \\ q_d = q_S \end{cases}$$

Solución de equilibrio: $\bar{p} = \dfrac{\alpha+\gamma}{\beta+\delta} > 0$

$\bar{q} = \dfrac{\alpha\delta - \beta\gamma}{\beta+\delta} > 0$; si $\alpha\delta$-$\beta\gamma$>0

4. Unicidad

- Si los equilibrios son únicos podemos decir con seguridad que los datos de partida de la economía determinan los precios de equilibrio.
- *Si se puede probar* que existe un único vector de precios de equilibrio *podríamos predecir* los nuevos precios de equilibrio que se derivarían de *cambios en los datos básicos* de la economía: preferencias, tecnología, distribución de la riqueza etc.
- Cuando una economía admite más de un vector de precios de equilibrio las posibilidades de predicción o intervención se complican o se hacen imposibles.
- En un mercado competitivo q es una función univoca del precio. En un mercado no competitivo puede no haber una relación univoca entre precio y cantidad (una misma cantidad se puede corresponder con diferentes precios y viceversa).
- Función de excedente de demanda: en un mercado parcial **la evolución** de la pendiente de la función de excedente de demanda señaliza la existencia de un equilibrio único.

$E(p) = D(p) - S(p)$

$E'(p) = D'(p) - S'(p)$

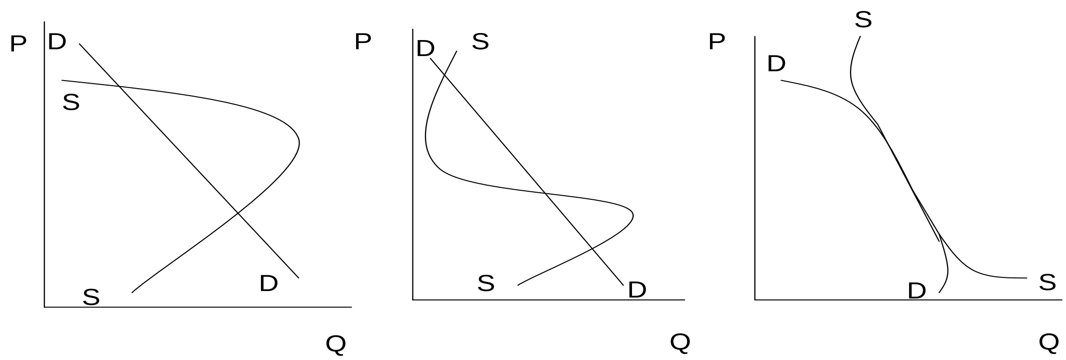
Sí $D'(p) < 0$ y $S'(p) > 0$ para todo $p \Rightarrow E'(p) < 0$ para todo p

$\Rightarrow$ un sólo precio de equilibrio

Sí $D'(p) > 0$ y $S'(p) < 0$ para todo $p \Rightarrow E'(p) > 0$ para todo p

$\Rightarrow$ un sólo precio de equilibrio

- En el caso de *equilibrios múltiples* $E'(p)$ altera el signo:

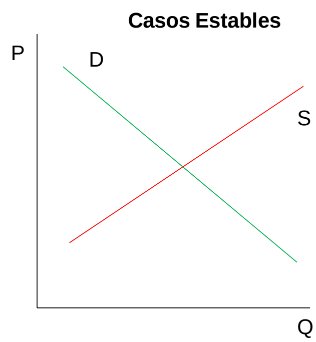


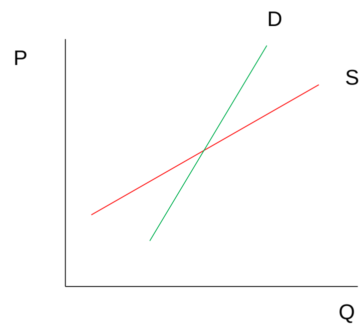
- Hay que distinguir la estabilidad del equilibrio de la existencia del equilibrio. *No todo equilibrio es estable.*

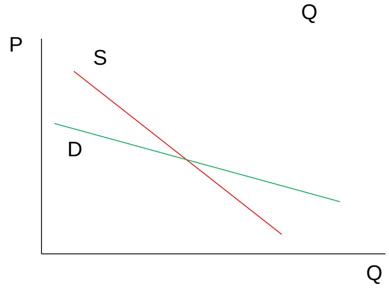
5. Estabilidad

- Concepto de estabilidad y ajuste automático. Si los mercados son estables, cuando se producen choques, en los determinantes del mercado, los equilibrios se restablecen automáticamente sin necesidad de correcciones ni intervenciones externas.
- La **estabilidad** se refiere a como se alcanzan los precios de equilibrio, es decir cómo se determina la variación de los precios que conduce al equilibrio.
- Condición de estabilidad walrasiana: $\boxed{E'(p)<0}$. El signo de la pendiente de la función de excedente de demanda señaliza sobre la estabilidad del equilibrio parcial.
- Casos donde se cumple la condición de estabilidad walrasiana:
  - $D'(p)<0$ y $S'(p)>0$
  - $D'(p)>0$ y $S'(p)>0$; siendo la curva de oferta más elástica que la de la demanda.
  - $D'(p)<0$ y $S'(p)<0$; siendo la curva de la demanda más elástica que la de la oferta.

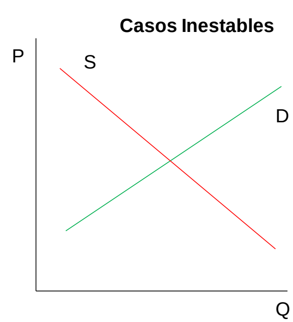
- Casos de equilibrios **inestables**:
  - $D'(p) > 0$ y $S'(p) < 0$
  - $D'(p) > 0$ y $S'(p) > 0$; siendo la curva de demanda más elástica que la de la oferta.
  - $D'(p) < 0$ y $S'(p) < 0$; siendo la curva de oferta más elástica que la de la demanda.

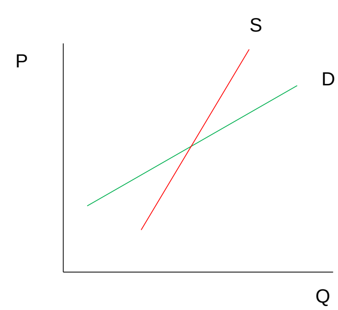


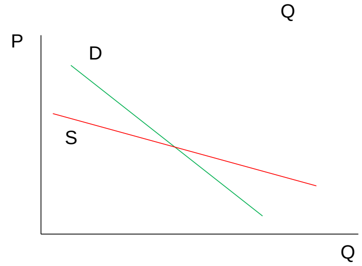




$$\frac{\partial E(p)}{\partial p} < 0$$



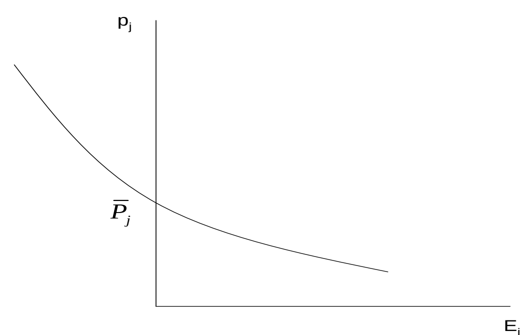




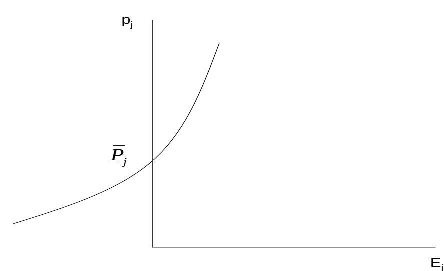
$$\frac{\partial E(p)}{\partial p} > 0$$

6. Equilibrio Único y Estabilidad

- Todos los modelos que satisfacen las condiciones de existencia tienen soluciones de equilibrio, pero *las condiciones de existencia no garantizan que el equilibrio sea único.*
- En forma más rigurosa: Sí $E'(p)$ no cambia de signo y $E'(p) \neq 0 \Rightarrow$ el equilibrio es único.
- Existe un punto de equilibrio **globalmente** estable. En $\bar{P}_j$: sí $E_j = 0$ y $E'_j < 0$

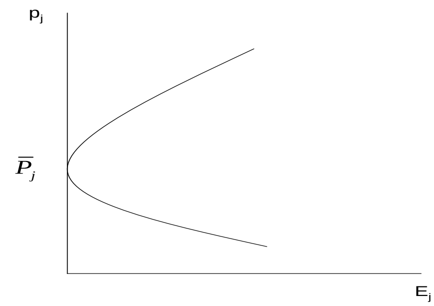


- Equilibrio único pero inestable: $\bar{P}_j$: Sí $E_j = 0$ y $E'_j > 0$

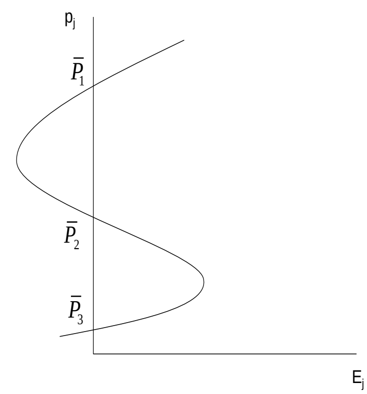


- Caso de equilibrio único, pero donde la estabilidad no está bien definida:

$$\begin{cases} P_j < \bar{P}_j & \textit{estable} \\ P_j > \bar{P}_j & \textit{inestable} \end{cases}$$



- Equilibrio múltiple, estabilidad e inestabilidad local



En $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3 : E_j = 0 \Rightarrow$ equilibrio

En $\bar{P}_1$: equilibrio inestable

En $\bar{P}_2$: equilibrio estable

En $\bar{P}_3$: equilibrio inestable

7. Estabilidad Dinámica: Ajustes Discretos

- Casos donde no hay ajustes instantáneos.
- El equilibrio es estable si el precio converge al equilibrio.

$$p_t - p_{t-1} = kE(p_{t-1})\ ;\ \boxed{k > 0} \qquad (1)$$
$$p_t = p_{t-1} + kE(p_{t-1})\ ;\ p_t = f(p_{t-1})$$

- Suponiendo:

$$q_{dt} = \alpha + \beta p_t$$
$$q_{st} = \gamma + \delta p_t$$

- Exceso de demanda período *t-1*:

$$E(p_{t-1}) = (\beta - \delta)p_{t-1} + \alpha - \gamma$$

Sustituyendo en (1)

$$p_t - p_{t-1} = k[(\beta - \delta)p_{t-1} + \alpha - \gamma]$$
$$p_t = [1 + k(\beta - \delta)]p_{t-1} + k(\alpha - \gamma): \text{ Ecuación en diferencia de 1er grado } (2)$$

- Dada la condición inicial: $p = p_0$ en $t = 0$, la solución de (2) es:

$$p_t = \left(p_0 - \frac{\alpha - \gamma}{\delta - \beta}\right)[1 + k(\beta - \delta)]^t + \frac{\alpha - \gamma}{\delta - \beta} \qquad (3)$$

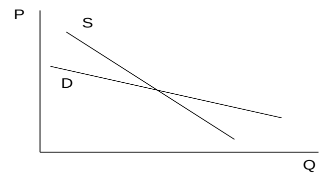
Donde: $\bar{p} = \dfrac{\alpha - \gamma}{\delta - \beta}$

- En el equilibrio: $q_d = q_s \Rightarrow p_t = \bar{p} \Rightarrow \bar{p} = \dfrac{\alpha - \gamma}{\delta - \beta}$
- El equilibrio es estable si: $\boxed{\lim_{t \to \infty} p_t = \bar{p}}$
- p_t converge *sin oscilaciones* sí:

$$\boxed{0 < [1 + k(\beta - \delta)] < 1}.$$

Esto se cumple sí: $\beta < \delta$ *y* $0 < k < \dfrac{1}{\delta - \beta}$

- Si la curva *S* tiene pendiente positiva y *D* pendiente negativa: $\delta > \beta \Rightarrow$ se cumple automáticamente
- Si *S* tiene pendiente negativa, la estabilidad requiere: $\left|\dfrac{1}{\beta}\right| > \left|\dfrac{1}{\delta}\right|$



- Si k es lo suficientemente grande y

  $(\beta-\delta)<0 \Rightarrow [1+k(\beta-\delta)]<0 \Rightarrow p$ oscilará en el tiempo

  Sí $0>[1+k(\beta-\delta)]>-1 \Rightarrow$ la amplitud de las oscilaciones decrece con t

  Sí $[1+k(\beta-\delta)]<-1 \Rightarrow$ se alejará (no hay estabilidad)

  Sí $[1+k(\beta-\delta)]\geq 1$ no hay estabilidad

Conclusión*: La estabilidad dinámica depende de las pendientes de S y D y de k (intensidad de la reacción o coeficiente de ajuste). Un k grande indica sobreajuste.*

- Condición de estabilidad dinámica con ajustes discretos:

$$-1<[1+k(\beta-\delta)]<1$$

- Ejemplo:

$$\begin{cases} q_{dt} = -0.5p_t + 100 \\ q_{st} = -0.1p_t + 50 \end{cases}$$

  Equilibrio estático sí $\beta-\delta<0$; $-0.5-(-0.1)<0$ estable estaticamente

  La estabilidad dinámica requiere: $-1<[1+k(\beta-\delta)]<1$

  En este caso si $k=6$:

  $[1+k(\beta-\delta)]=-1.4 \Rightarrow$ el mercado presenta oscilaciones explosivas

- El análisis estático no toma en consideración la magnitud de los ajustes en cada período *t*, sólo la dirección de los ajustes.
- La dirección de los ajustes puede ser la correcta pero los agentes pueden sobre reaccionar volviendo la situación inestable. Es decir, desde el punto de vista estático

podría haber estabilidad, pero al considerar la dinámica se generan reacciones que hacen al mercado inestable.

8. Estabilidad Dinámica: Ajustes Continuos

- Análisis dinámico: estudiamos la trayectoria temporal de las variables y los distintos valores que van tomando en el proceso de adaptación de una situación de equilibrio a otra, considerando que el proceso de ajuste es continuo.
- Se estudian las variables como funciones continuas del tiempo, estableciendo ecuaciones en las que se conocen los valores de inicio y las leyes que rigen sus variaciones.
- El objetivo es explicar el curso del precio en el tiempo (t)
- Habrá estabilidad si el precio p converge a $\bar{p}$ o, lo que es equivalente, si q converge a $\bar{q}$

Nota: Solución Ecuación Diferencial Caso No Homogéneo

$$\boxed{\frac{\partial y}{\partial t} + ay = b} \;;\; \mathrm{b} \neq 0$$

$$\text{Solución: } y_c = Ae^{-at};\; y_p = \frac{b}{a};\; y_t = y_c + y_p$$

$$y_t = Ae^{-at} + \frac{b}{a}$$

$$\text{Sí } y_0 = Ae^{-a0} + \frac{b}{a} = A + \frac{b}{a} \Rightarrow A = y_0 - \frac{b}{a}$$

Sustituyendo:

$$y_t = \left[y_0 - \frac{b}{a} \right] e^{-at} + \frac{b}{a}$$

[1]:

- Modelo:

$$\begin{cases} q_d = \alpha + \beta p \\ q_s = \gamma + \delta p \end{cases}$$

- Resolviendo el precio de equilibrio vendrá determinado por: $\bar{p} = \dfrac{\alpha - \gamma}{\delta - \beta} > 0$

Suponiendo que $t = 0$ y $p_{(0)} \neq \bar{p}$, el problema es determinar si $p_{(t)} \to \bar{p}$ cuando $t \to \infty$

- Suponiendo: $\dfrac{\partial p}{\partial t} = j(q_d - q_s) = \dfrac{\partial p}{\partial t} = jE(p_t)$ y $j > 0$, y teniendo en cuenta que cuando $q_d = q_s \Rightarrow \dfrac{\partial p}{\partial t} = 0$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = j\left[\alpha + \beta p - \gamma - \delta p\right] = j\left[\beta - \delta\right] p + j\left[\alpha - \gamma\right]$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} - j\left[\beta - \delta\right] p = j\left[\alpha - \gamma\right]$$

$$\boxed{\frac{\partial p}{\partial t} + j\left[\delta - \beta\right] p = j\left[\alpha - \gamma\right]}$$

Solución de la ecuación diferencial:

$$p_t = Ae^{-j\left[\delta - \beta\right]t} + \frac{j\left[\alpha - \gamma\right]}{j\left[\delta - \beta\right]}$$

En $t = 0$: $p_0 = Ae^{-j[\delta-\beta]0} + \dfrac{\alpha - \gamma}{\delta - \beta} = A + \dfrac{\alpha - \gamma}{\delta - \beta} \Rightarrow \boxed{A = p_0 - \dfrac{\alpha - \gamma}{\delta - \beta}}$

Sustituyendo:

$$p_t = \left[p_0 - \frac{\alpha - \gamma}{\delta - \beta}\right] e^{-j(\delta-\beta)t} + \frac{\alpha - \gamma}{\delta - \beta}$$

$$\boxed{p_t = (p_0 - \bar{p})e^{-j(\delta-\beta)t} + \bar{p}}$$

[1] Número e (número de Euler o constante de Naiper): real, irracional (infinitas cifras decimales no periódicas), trascendente (no se puede obtener mediante la resolución de una ecuación con coeficientes racionales). Es el límite de una inversión de Bs. 1 con una tasa de interés de 100% anual compuesto en forma continua:

$$\lim_{n \to \infty} (1 + \frac{1}{n})^n = 2,7182818$$

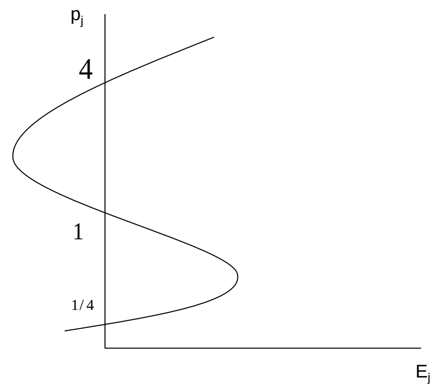
- Habrá estabilidad dinámica si:

$$\lim_{t \to \infty} [(p_{(0)} - \bar{p})e^{-j(\delta - \beta)t}] = 0 \Rightarrow \lim_{t \to \infty} p_{(t)} = \bar{p}$$

- La condición de estabilidad es: $\boxed{j(\delta - \beta) > 0}$
- En el caso típico: $\beta < 0$; $\delta > 0 \Rightarrow$ equilibrio dinámicamente estable.
- Si $\bar{p}$ es constante se dice que el equilibrio es estacionario
- Si $\bar{p}$ es variable se dice que el equilibrio es móvil.
- Nota: La magnitud de j no juega ningún papel en la determinación de la estabilidad dinámica, pero si en la forma y velocidad del ajuste.

9. Estabilidad Local y Estabilidad Global:

- En modelos lineales (en general con un punto de equilibrio), la estabilidad local implica estabilidad global.
- En modelos no lineales (varios puntos de equilibrio) la estabilidad local no implica estabilidad global.
- Puede haber estabilidad global, aunque no todos los equilibrios impliquen estabilidad local.
- En términos más rigurosos:
  - Sea $\Psi(p_{(0)}, t)$ el recorrido temporal del precio, dado un precio inicial $p_{(0)}$, si para cualquier $p_{(0)}$, $\lim_{t\to\infty} \Psi(p_{(0)}, t) = \bar{p}$, entonces se dice que el equilibrio tiene estabilidad.
  - Se dice que una posición particular de equilibrio junto con su $\bar{p}$ asociado es globalmente estable si, dado un $p_{(0)}$ cualquiera, $\lim_{t\to\infty} \Psi(p_{(0)}, t) = \bar{p}$
  - Se dice que una posición particular de equilibrio con su precio $\bar{p}$ asociado es localmente estable si, para un $p_{(0)}$ que pertenece a un entorno lo suficientemente pequeño de $\bar{p}$, $\lim_{t\to\infty} \Psi(p_{(0)}, t) = \bar{p}$
  - Ejemplo:



- Caso de múltiples equilibrios, ningún equilibrio es globalmente estable.
- Los valores de $p(1/4, 4)$ están asociados a posiciones de equilibrio localmente inestables.
- En *p (1)* el equilibrio es localmente estable.

- Notas finales: El análisis parcial se justifica ya que en muchos casos prácticos la variación de los precios distintos a los de la mercancía en cuestión *(j)* no afectan la cantidad demanda u ofrecida. Por ello, el análisis no pierde validez ni capacidad predictiva si se asume que los precios distintos a p_j son invariantes.
- El análisis del equilibrio parcial pierde importancia si los efectos cruzados de los precios son significativos y/o los efectos ingresos son relevantes.
- Observar que, en una economía de dos bienes, el análisis parcial equivale al análisis general.

Tema 2: Equilibrio General de Intercambio Puro

1. Introducción a los Modelos de Equilibrio General Competitivos

- El objetivo es:
  - plantear un modelo que permita derivar las variables a ser determinadas (precios y cantidades de equilibrio), partiendo de unas condiciones iniciales y suponiendo que no se producen choques.
  - Nota: el mercado no es el único sistema que permite organizar la producción y distribución de bienes y servicios en una sociedad.
- Datos**:**
  - Funciones de utilidad
  - Funciones de producción
  - Dotaciones iniciales de factores y/o bienes y su distribución
- Variables a ser determinadas:
  - Vector de precios: de bienes y factores
  - Vector de cantidades demandadas y ofrecidas de bienes y factores
- Supuestos en modelos **simplificados**:
  - La economía es competitiva
  - Los consumidores maximizan utilidades (bienestar)
  - Las empresas maximizan beneficios
  - Los mercados se equilibran
  - El equilibrio existe
  - El equilibrio es único
  - El equilibrio es estable
- Nota: las condiciones de existencia, unicidad y estabilidad están implícitas en las especificaciones funcionales de ofertas y demandas, que a su vez están determinadas por las funciones de utilidad y producción.
- Casos que van a ser examinados:
  - Economía de Intercambio Puro
  - Economía Cerrada con Producción e Intercambio
    - Caso de rendimientos decrecientes a escala
    - Caso de rendimientos constantes a escala

    - Caso de producción final e intermedia
  - Economía Abierta con Producción e Intercambio
  - Economía Abierta con presencia del Gobierno
- Nota: se examinará la economía real. Es decir, se excluirán los mercados monetarios y financieros. Es decir, se asume que el dinero, mientras no se diga lo contrario, cumple sólo su función de unidad de cuenta.
- Los mercados monetarios y financieros plantean problemas adicionales que afectan las condiciones de existencia y estabilidad del sistema de mercados.

2. Modelo de Economía de Intercambio Puro

- Datos:
  - La oferta y la distribución inicial están dadas
  - n agentes consumidores
  - m bienes de consumo
- Supuestos:
  - El intercambio es voluntario
  - Los precios son parámetros para los agentes individuales, pero son variables para el mercado en su conjunto.
  - Los consumidores maximizan utilidad (bienestar)
- Dados los datos y los supuestos, el mercado permitirá reasignar las dotaciones iniciales en función de las preferencias y la distribución inicial de la riqueza.
- El intercambio cesará cuando se alcance una solución de equilibrio: los consumidores estarán maximizando su bienestar (sujetos a las restricciones de ingreso) y los mercados se habrán vaciado.
- Si el equilibrio general existe, éste será eficiente (no necesariamente justo, equitativo o socialmente aceptable) (Teorema I del Bienestar). La distribución final del ingreso y la riqueza está, en buena medida, determinada por las condiciones iniciales y la capacidad de negociación de los agentes.

3. Modelización del proceso y derivación de la solución de equilibrio:

- Problema del consumidor y derivación de las funciones de demanda de los bienes:

- Cada agente es un oferente y un demandante y en equilibrio su ingreso debe igualar al gasto (Nota con concepto de ahorro):
- Función de excedente de demanda del consumidor *i* con respecto al bien *j*:

$$E_{ij} = q_{ij} - q_{ij}^{0} \quad ; \quad i = 1,\ldots,n; \quad j = 1,\ldots,m$$

- El ingreso del consumidor *i* será: $Y_i = \sum_{j=1}^{m} p_j q_{ij}^{0}$
- El gasto del consumidor será: $Y_i = \sum_{j=1}^{m} p_j q_{ij}$
- Ecuación de balance (ingreso = gasto):

$$\sum_{j=1}^{m} p_j \left(q_{ij} - q_{ij}^{0} \right) = \sum_{j=1}^{m} p_j E_{ij} = 0$$

- Nota: Las funciones de exceso de demanda son función sólo de las cantidades demandadas (dados los q_{ij}^{0}).
- Planteamiento del problema de maximización del consumidor: maximizar su bienestar sujeto a la restricción presupuestaria (su ingreso debe ser igual al gasto).

$$\begin{cases} \underset{q_{i1},\ldots,q_{im}}{Max} \quad U_i(q_{i1},\ldots,q_{im}) = \underset{q_{i1},\ldots,q_{im}}{Max} \quad U_i(E_{i1} + q_{i1}^{0},\ldots,E_{im} + q_{im}^{0}) \\ sa \quad \sum_{j=1}^{m} p_j q_{ij} = \sum_{j=1}^{m} p_j q_{ij}^{0} \end{cases}$$

- Este problema de maximización relativa puede ser replanteado como un problema de maximización absoluta, utilizando una función de Lagrange:

$$Max\ Z_i = U_i(E_{i1} + q_{i1}^{0},\ldots,E_{im} + q_{im}^{0}) - \lambda \sum_{j=1}^{m} p_j E_{ij}$$

- Las CPO, asumiendo que se satisfacen las CSO, permiten derivar las funciones de demanda de cada agente con respecto a cada bien:

$$q_{ij} = q_{ij}^{d}\left(p_1,\ldots,p_m\right)$$

- Nota: la demanda de cada bien es función de todos los precios de la economía.

- Nota: estas funciones de demanda serán funciones homogéneas de grado cero en precios $\Rightarrow$ sí todos los precios se alteran en la misma proporción, los ingresos también lo harán y por tanto las cantidades demandadas no variaran $\Rightarrow$ se supone que **No Hay Ilusión Monetaria** (ver implicaciones de la inflación como problema real).

4. Equilibrio de cada Mercado y Equilibrio General:

- La oferta y la demanda deben equilibrarse en cada mercado, es decir la función de exceso de demanda agregada, en cada mercado, debe ser igual a 0.

$$E_j = \sum_{i=1}^{n} E_{ij}\left(p_1,\ldots,p_j,\ldots,p_m\right) = 0$$

- Se forma un sistema de ecuaciones con m variables, pero sólo (m-1) son ecuaciones independientes (**Ley de Walras**).
- Es decir, hay más variables que ecuaciones independientes ¿Cómo se resuelve el sistema para poder determinar los precios y las cantidades de equilibrio?
- La selección de un numerario (si el numerario es P_1) implica:

$$E_j = \sum_{i=1}^{n} E_{ij}\left(1,\ldots,\frac{p_j}{P_1},\ldots,\frac{p_m}{P_1}\right)$$

- Nota: No se pueden derivar los precios absolutos sólo los relativos. Los valores de los precios de equilibrio dependen del numerario.
- Una vez derivados los precios de equilibrio se determinan las cantidades demandas de equilibrio.

Economía de Intercambio Puro: Ejemplo modelo 2x2

- Dos consumidores (a y b) con las siguientes preferencias:

$$\boxed{\begin{array}{l} U_a = 2x_a y_a \\ U_b = 4x_b^2 y_b \end{array}}$$

- Dotaciones iniciales y distribución inicial:

	x	y
a	10	10
b	20	20
	30	30

- El equilibrio general competitivo (EGC) corresponde a aquella asignación de recursos en la que se verifica que todos los agentes están tomando decisiones óptimas y que dichas decisiones son viables.
- Cada agente debe estar maximizando su bienestar (utilidad) dadas sus restricciones y, además, sus deseos deben ser compatibles, es decir deben poderse cumplir.

$$\begin{cases} \max\limits_{x_a, y_a} U_a = U_a(x_a, y_a) \\ s.a.\ \ p_x x_a + p_y y_a = M_a = p_x x_a^0 + p_y y_a^0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \max\limits_{x_b, y_b} U_b = U_b(x_b, y_b) \\ s.a.\ p_x x_b + p_y y_b = M_b = p_x x_b^0 + p_y y_b^0 \end{cases}$$

$$x_a + x_b = \bar{x}$$

$$y_a + y_b = \bar{y}$$

- Para obtener la asignación y los precios de EGC deberá resolverse el sistema:

$$\begin{cases} \max\limits_{x_a, y_a} U_a = 2x_a y_a \\ s.a.\ \ p_x x_a + p_y y_a = 10p_x + 10p_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CPO: TMS_{y,x}^a = -\dfrac{y_a}{x_a} = -\dfrac{p_x}{p_y} & (1) \\ p_x x_a + p_y y_a = 10p_x + 10p_y & (2) \end{cases}$$

  - $$\begin{cases} \max\limits_{x_b, y_b} U_b = 4x_b^2 y_b \\ s.a.\ \ p_x x_b + p_y y_b = 20p_x + 20p_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CPO: TMS_{y,x}^b = -\dfrac{2y_b}{x_a} = -\dfrac{p_x}{p_y} & (3) \\ p_x x_b + p_y y_b = 20p_x + 20p_y & (4) \end{cases}$$

$$x_a + x_b = \bar{x} = 30 \qquad (5)$$

$$y_a + y_b = \bar{y} = 30 \qquad (6)$$

- De las ecuaciones (1) y (2) se obtienen las funciones de demanda de *a*:

$$x_a^d = \frac{10p_x + 10p_y}{2p_x}; \ \ y_a^d = \frac{10p_x + 10p_y}{2p_y}$$

- De ecuaciones (3) y (4) se obtienen las funciones de demanda de *b*:

$$x_b^d = \frac{2(20p_x + 20p_y)}{3p_x};\ \ y_b^d = \frac{20p_x + 20p_y}{3p_y}$$

- Sustituyendo las funciones de demanda del bien x de ambos agentes en (5) se obtienen los precios relativos de EGC:

$$\boxed{\left(\frac{p_x}{p_y}\right)^* = 1,57}$$

- Nota: lo que se determina en el equilibrio es la relación de precios no los niveles de los precios absolutos.
- Nota: una ecuación de las seis (6) del sistema es redundante, por ser combinación lineal de las otras. Notar que si un mercado está en equilibrio el otro debe también estarlo.
- La asignación de EGC se deriva al sustituir el vector de precios de equilibrio en las respectivas funciones de demanda:

$$\boxed{\begin{array}{l} x_a^* = 8,18;\ \ y_a^* = 12,86 \\ x_b^* = 21,82;\ \ y_b^* = 17,14 \end{array}}$$

- Nota: En el EGC las $\left|TMS\right|$ de ambos agentes se igualan a los precios relativos:

$$\begin{cases} \left|TMS_{y,x}^a\right| = \dfrac{p_x}{p_y} \\ \left|TMS_{y,x}^b\right| = \dfrac{p_x}{p_y} \end{cases} \Rightarrow \left|TMS_{y,x}^a\right| = \left|TMS_{y,x}^b\right|$$

- Resumiendo, las condiciones generales del EGC en el caso de preferencias regulares (CI estrictamente convexas) son:

$$\begin{cases} \left|TMS^{a}_{y,x}\right| = \left|TMS^{b}_{y,x}\right| = \dfrac{p_x}{p_y} \\ p_x x_a + p_y y_a = p_x x_a^0 + p_y y_a^0 \\ p_x x_b + p_y y_b = p_x x_b^0 + p_y y_b^0 \\ x_a + x_b = \overline{x} \\ y_a + y_b = \overline{y} \end{cases}$$

- La ley de Walras establece que el valor total en los excesos de demanda de los bienes debe sumar 0 para cualquier vector de precios de equilibrio:

$$p_x E_x + p_y E_y = 0$$

$$E_x = E_x^a + E_x^b$$

$$E_y = E_y^a + E_y^b$$

En este caso:

$$E_x^a = 8{,}18 - 10 = -1{,}82; \quad E_x^b = 21{,}82 - 20 = 1{,}82$$

$$E_y^a = 12{,}86 - 10 = 2{,}86; \quad E_y^b = 17{,}14 - 20 = -2{,}86$$

$$\Rightarrow E_x = 0 = E_y$$

- Los mercados se vacían. Este resultado se cumple siempre que la asignación sea de equilibrio, cualquiera sea el vector de precios de equilibrio. $\Rightarrow$En equilibrio siempre se cumple la ley de Walras:

$$p_x E_x + p_y E_y = 0$$

5. ¿Es la solución de EGC una asignación eficiente en el sentido de Pareto (ESP)?

- Eficiente quiere aquí decir que en equilibrio todos los agentes están maximizando sus funciones objetivo, *dadas sus restricciones*, y que no es posible mejorar el bienestar individual a menos que se afecte negativamente el bienestar de al menos uno de los agentes restantes.
- La *ESP* se puede deducir a partir de:

$$\begin{cases} \max\limits_{x_a, y_a, x_b, y_b} \quad U_a = U_a(x_a, y_a) \\ s.a. \quad U_b(x_b, y_b) = \bar{U}_b \\ \qquad x_a + x_b = \bar{x} \\ \qquad y_a + y_b = \bar{y} \end{cases}$$

- El lagrangiano puede plantearse como:

$$Z = U_a(x_a, y_a) + \lambda\left[\bar{U}_b - U_b(\bar{x} - x_a, \bar{y} - y_a)\right]$$

- Si las preferencias son regulares, las CPO establecen que debe verificarse:

$$\begin{cases} TMS^a_{y,x} = TMS^b_{y,x} \Rightarrow -\dfrac{u'^a_x}{u'^a_y} = -\dfrac{u'^b_x}{u'^b_y} = \dfrac{p_x}{p_y} \\ x_a + x_b = \bar{x} \\ y_a + y_b = \bar{y} \end{cases}$$

En Mathematica: Caja de Edgeworth ..\..\..\Ejercicios Mathematica \ Demostraciones de casos \ Equilibrio general \ ActivCajaEdgeworth.cdf

- Curva de Contrato (*CC*): $TMS^{a}_{y,x} = TMS^{b}_{y,x}$; es el lugar geométrico de los puntos de tangencia de las CI y los mercados se vacían.
- Derivación de la *CC*:
- Resolviendo el siguiente sistema:

$$\begin{cases} TMS^{a}_{y,x} = TMS^{b}_{y,x} \Rightarrow -\dfrac{2y_a}{2x_a} = -\dfrac{2y_b}{x_b} \Rightarrow \boxed{\dfrac{y_a}{x_a} = \dfrac{2y_b}{x_b}} \\ x_a + x_b = \bar{x} = x_a^0 + x_b^0 = 10 + 20 = 30 \Rightarrow \boxed{x_b = 30 - x_a} \\ y_a + y_b = \bar{y} = y_a^0 + y_b^0 = 10 + 20 = 30 \Rightarrow \boxed{y_b = 30 - y_a} \end{cases}$$

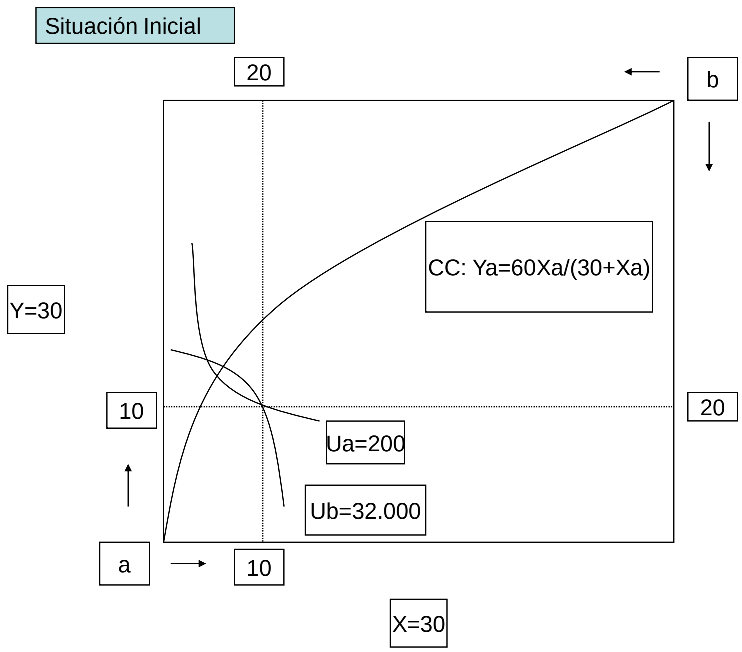
Sustituyendo $\dfrac{y_a}{x_a} = \dfrac{2(30 - y_a)}{(30 - x_a)}$

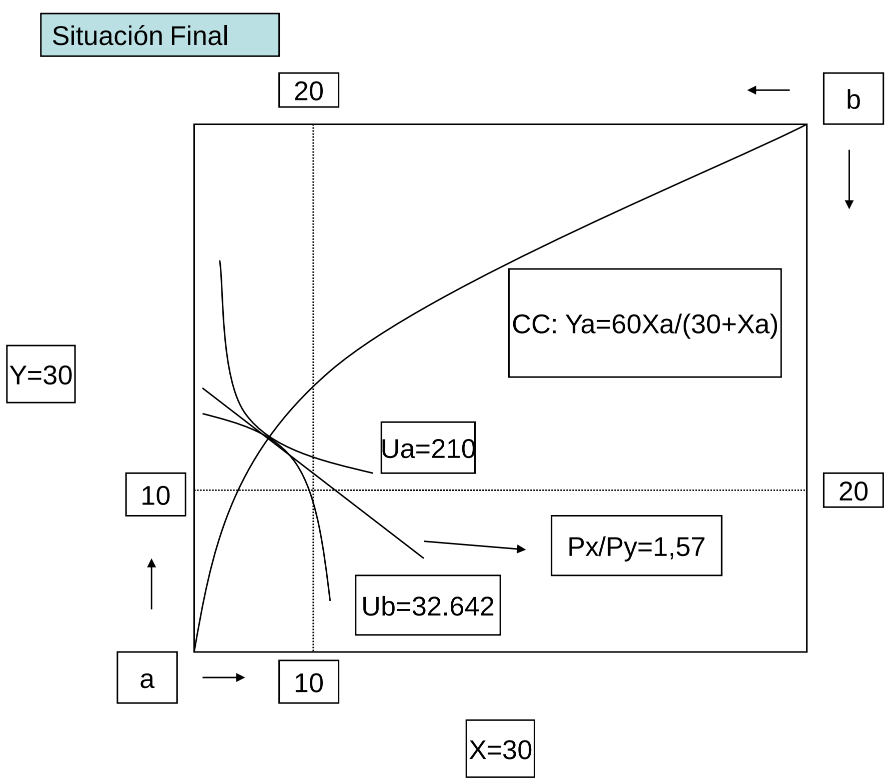
$CC:$ $\boxed{y_a = \dfrac{60x_a}{30 + x_a}}$ con pendiente $\dfrac{dy_a}{dx_a} = \dfrac{1800}{(30 + x_a)^2} > 0$

- ¿Es la dotación inicial OP?
  - Si fuese así debería pertenecer a la *CC*

$$y_a = \frac{60x_a}{30 + x_a}; \quad 10 \neq \frac{60 * 10}{30 + 10} = 15$$

- Esto prueba que la dotación inicial no está sobre la *CC* y por tanto no es OP.
- Nota: si las preferencias son regulares toda solución de EGC es OP





- La CC está determinada por la estructura de las preferencias de los agentes. Si las preferencias se modifican lo hará la forma de la CC.

- El área de negociación depende de las preferencias y las dotaciones iniciales.

Nota: Para que exista al menos un equilibrio basta que las funciones de utilidad sean continuas, cuasicóncavas y fuertemente monótonas (no saciedad) y que la dotación agregada de todos los bienes sea positiva.

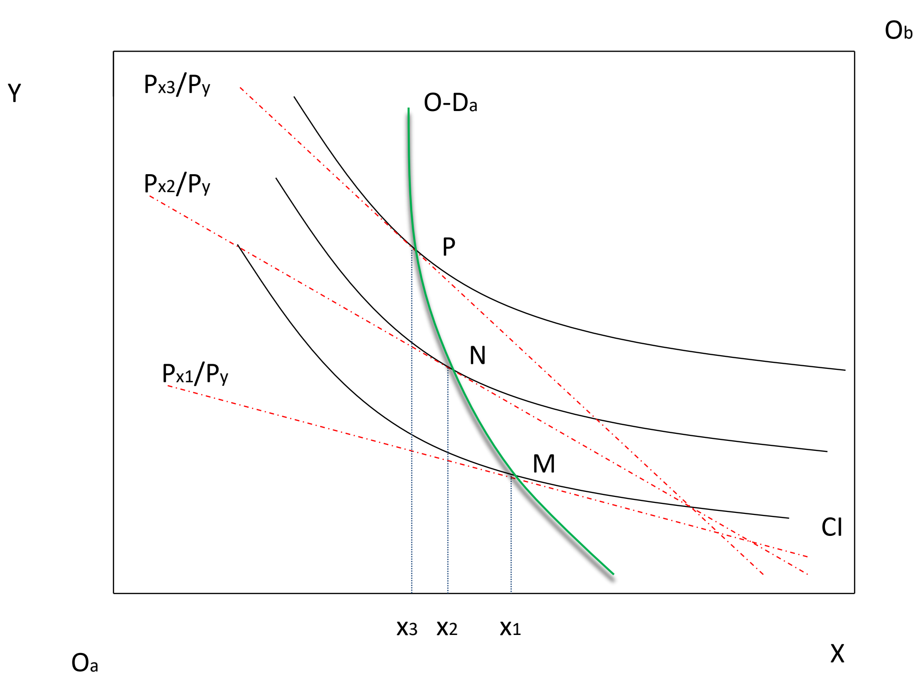
***NOTA**: El equilibrio **único** en la caja de Edgeworth supone que el efecto sustitución domina al efecto ingreso (las curvas de oferta-demanda de ambos agentes tienen pendiente negativa y decreciente). Si el efecto ingreso domina, es mayor que el efecto sustitución, las curvas de oferta-demanda pueden pasar a tener pendientes positivas, entonces podemos tener más de un equilibrio walrasiano.*

En Mathematica ver:

..\..\..\Ejercicios Mathematica \ Demostraciones de casos \ Equilibrio general \ ParetoEfficiencyInTheEdgeworthBox.cdf

..\..\..\Ejercicios Mathematica \ Demostraciones de casos \ Funcion de utilidad y demanda \ IncomeAndSubstitutionEffectsWithDifferentUtilityFunctions.cdf

Función de Oferta-Demanda

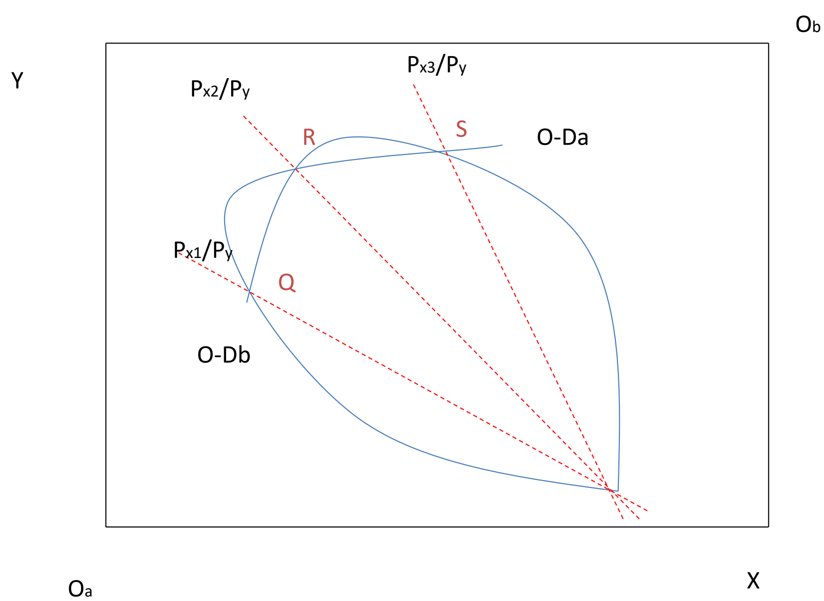


Px1<Px2<Px3, Py constante

- En este caso la demanda de *X* está cayendo.

- Si el bien es normal, la caída es consecuencia tanto del efecto sustitución como del efecto ingreso (la O-D tiene pendiente negativa).
- Si el bien es inferior y el efecto sustitución domina al efecto ingreso, la O-D sigue teniendo pendiente negativa.
- Si el bien es inferior y el efecto sustitución no domina al efecto ingreso (caso Giffen) la O-D tendría pendiente positiva.
- En el equilibrio general, en el caso estudiado, se supone que las curvas de oferta de los agentes se cortan.
- En el caso estudiado si las curvas de O-D de ambos consumidores tienen pendientes negativas, sólo se cortarán una vez (el equilibrio general es único).
- Si los bienes son inferiores y los efectos ingreso dominan los efectos sustitución, las curvas O-D pueden cruzarse más de una vez (los equilibrios son múltiples).

Función de Oferta-Demanda: equilibrios múltiples



Comentarios finales:

- El criterio de Pareto no es completo, por ello no resulta suficiente como herramienta de decisión. Hay muchas comparaciones que el criterio no es capaz de hacer.
- No es fácil establecer un criterio de equidad en el que todos estemos de acuerdo.
- Desde el punto de vista social será necesario un doble criterio:

- El de eficiencia. Una situación ineficiente estaría dejando de obtener una satisfacción que podría ser alcanzada sin que nadie saliera perjudicado.
- El de equidad, que permitiría comparar entre las soluciones eficientes. Pero esto supone introducir elementos de juicio adicionales al EGC.

Tema 3 a: Modelo de equilibrio general de una economía de mercado competitivo, cerrada con producción e intercambio y rendimientos a escala decrecientes

1. Supuestos Básicos del modelo:

- Competencia perfecta
- Consumidores: Maximizan funciones de utilidad (bienestar individual)
- Empresas: Maximizan funciones de beneficios
- Equilibrio de Corto plazo:
  - Los beneficios *económicos* pueden ser positivos, nulos o negativos.
  - El número de empresas es constante
- Equilibrio a largo plazo:
  - Los beneficios *económicos* serán necesariamente nulos, si la tecnología que prevalece se caracteriza por *rendimientos a escala constantes*.
  - El número de empresas es variable.

2. Modelizando a los consumidores:

- Fuentes de ingresos de los consumidores:
  - Dotación inicial de *factores* y bienes valorados a precios de mercado[2].
  - Participación en los *beneficios* de las empresas, de las que son propietarios.
- Suponiendo n consumidores
- Suponiendo m **mercados de bienes y factores** de los que hay s factores de producción:
  - Factores: 1,….,s (dados inicialmente)
  - Bienes: s+1,….,m (bienes a ser producidos en el único período de producción)
- Dotaciones iniciales de factores: $q_{i1}^0,\ldots q_{is}^0$
- Funciones de utilidad: $U_i = U_i(q_{i1},\ldots,q_{im})$
- Excesos de demanda:
  - De factores: $E_{ij} = q_{ij} - q_{ij}^o; j = 1,\ldots,s$
  - De bienes: $E_{ij} = q_{ij} - q_{ij}^o; j = s+1,\ldots,m$
  - Nota: lo típico es suponer que los *consumidores son oferentes netos de factores y demandantes netos de bienes*.
- Expresando las funciones de utilidad en términos de excedente de demanda:

$$U_i = U_i(E_{i1} + q_{i1}^0,\ldots,E_{is} + q_{is}^0, E_{is+1} + q_{is+1}^0,\ldots,E_{im} + q_{im}^0)$$

- Función de ingreso de los consumidores (suma del valor de mercado de las dotaciones iniciales de factores y de la participación que tengan sobre los beneficios de las empresas):

---

[2] Vamos a suponer que los consumidores sólo poseen dotaciones iniciales de factores.

$$Y_i = \sum_{j=1}^{s} p_j q_{ij}^0 + \sum_{k=s+1}^{m} \sum_{h=1}^{N_k} \theta_{ih_k} \pi_{h_k}$$

- Balance presupuestario de los consumidores:

$$\sum_{j=1}^{m} p_j E_{ij} - \sum_{k=s+1}^{m} \sum_{h=1}^{N_k} \theta_{ih_k} \pi_{h_k} = 0$$

- Con base en las funciones de utilidad y en las restricciones presupuestarias, se pueden derivar las **funciones de demanda y oferta (de bienes y factores) de estos agentes**. Se supone que estas funciones proceden de la resolución del problema de optimización de utilidad que realiza cada consumidor sujeto a la restricción presupuestaria:
  - Si asumimos funciones de utilidad semi-cóncavas, las CPO permitirán obtener:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U_i}{\partial E_{ij}} - \lambda p_j = 0 \;\; ; \; i = 1,\ldots,n \; ; \; j = 1,\ldots,m \\ \displaystyle\sum_{j=1}^{m} p_j E_{ij} - \sum_{k=s+1}^{m} \sum_{h=1}^{N_k} \theta_{ih_k} \pi_{h_k} = 0 \end{cases}$$

- Ahora es posible derivar las ecuaciones que describen las funciones de demanda y las de exceso de demanda, que son funciones homogéneas de grado 0 en precios:

$$q_{ij} = q_{ij}(p_1,\ldots,p_m)$$
$$E_{ij} = E_{ij}(p_1,\ldots,p_m)$$

3. Modelizando a las empresas

- Las empresas se supone que maximizan beneficios, para ello tienen que participar como oferentes en los mercados de bienes y demandantes en el mercado de factores y también de bienes (insumos factoriales y no factoriales).
- Las empresas se supone que son ***demandantes netos de factores y oferentes netos de bienes***.
- Queremos derivar las *funciones de oferta de bienes* de las empresas y sus *funciones de demanda de insumos*, para ello tenemos que:
  - Tener información de las funciones de producción que permita derivar los costos.
  - Formular las funciones de beneficios que son las que se van a maximizar.
- Funciones de producción: $\bar{q}_{hj} = f_{hj}(q^*_{hj_1},\ldots,q^*_{hj_m})$
  - Nota: recordar que hay *s* factores y *m-s* bienes producidos por las empresas.
  - En cada sector de la producción hay *h* empresas.
- Funciones de beneficios: $\pi_{hj} = p_j f_{hj} - \sum_{k=1}^{m} p_k q_{hj_k}$
- Maximizando la función de beneficios (notar que la restricción tecnológica ya está dentro de la función a maximizar, por eso la maximización es absoluta, no relativa), se pueden derivar las ecuaciones de oferta y demanda de las empresas:

- CPO: $VPmg_{hj_k} = p_k$; esto es válido para cada factor e insumo producido (k=*1…m*)
- Esto es lo mismo que: $p_j \dfrac{\partial \bar{q}_{hj}}{\partial q^*_{hj_k}} - p_k = 0$ (k: insumo, j: bien producido)
- Esto permite derivar las *funciones de demanda* de insumos factoriales y no factoriales: $E^*_{hj_k} = E^*_{hj_k}(\, p_1,\dots,p_m)$
  - Las demandas agregadas de insumos de las empresas serán:
    $$E^*_{jk} = N_j E^*_{hj_k} = E^*_{jk}(p_1,\dots,p_m,N_k)$$
- Las funciones de oferta serán:
  - De la empresa h:
    $$-\bar{q}_{hj} = \bar{E}_{hj} = -f(q^*_{hj_1},\dots,q^*_{hj_m}) = \bar{E}_{hj}(p_1,\dots,p_m)$$
  - De la industria j:
    $$\bar{E}_j = N_j \bar{E}_{hj}(p_1,\dots,p_m) = \bar{E}_j(p_1,\dots,p_m,N_j)$$

4. Ecuaciones de equilibrio general

- En cada mercado se tiene como demandantes netos:
  - n consumidores (i)
  - m-s empresas (h)
- El excedente agregado de demanda neta en cada mercado será (la suma de la demanda final más la demanda intermedia menos la oferta de cada bien o factor):

$$E_j = \sum_{i=1}^{n} E_{ij}(p_1,\dots,p_m) + \sum_{k=s+1}^{m} E^*_{kj}(p_1,\dots,p_{m,}N_k) + \bar{E}_j(p_1,\dots,p_m,N_j)$$
$$E_j = E_j(p_1,\dots,p_m,N_{s+1},\dots,N_m)$$

- Distinción entre equilibrio a corto plazo y a largo plazo:
  - A corto plazo: el número de empresas esta dado en cada industria.
  - A largo plazo N es variable y $\pi = 0$ en cada industria, si los rendimientos son constantes a escala.
- Nota: el sistema se resuelve para los precios relativos, no los absolutos.

Ejemplo: Economía con producción e intercambio

- En una economía se producen 2 bienes, x e y mediante dos factores L y K de acuerdo con las funciones de producción:

$$x = F(L_X, K_X) \quad ; \quad y = G(L_y, K_y)$$

- La dotación inicial de factores es: $\bar{L}$ y $\bar{K}$, que están distribuidos entre los agentes A y B de la siguiente forma: $\bar{L} = \bar{L}_a + \bar{L}_b$; $\bar{K} = \bar{K}_a + \bar{K}_b$
- Las preferencias de los dos consumidores son:

$$U_a = U_a(x_a, y_a) \quad ; \quad U_b = U_b(x_b, y_b)$$

El **EGC** corresponde a aquella asignación en la que se verifica que todos los agentes (consumidores y empresas), tomando como dados los precios de bienes y factores y actuando de manera independiente, adoptan decisiones óptimas y compatibles.

- Las variables a determinar:

$$EGC = \{x_a, x_b, y_a, y_b, L_x, L_y, K_x, K_y, p_x, p_y, w, r\}$$

- Estas soluciones han de implicar decisiones viables, donde los mercados de bienes y factores se vacían, de modo que la oferta iguala a la demanda, y ha de ser tal que:
  - Cada empresa maximiza su beneficio tomando como dados los precios de los bienes y los factores.
  - Cada consumidor maximiza su bienestar tomando como dados los precios de los bienes y los factores.
  - La economía está sobre la FPP (máxima eficiencia productiva y uso pleno de los recursos).
- (1) Empresas:
  - La maximización de beneficios en el *espacio de bienes* supone:

$$\left.\begin{aligned} \underset{x}{Max}\, B(x) = p_x x - C(x) \Rightarrow CPO: p_x = Cmg(x) \\ \underset{y}{Max}\, B(y) = p_y y - C(y) \Rightarrow CPO: p_y = Cmg(y) \end{aligned}\right\} \Rightarrow |RMTy,x| = \frac{p_x}{p_y}$$

  - La maximización de beneficios en el *espacio de factores* supone:

$$\underset{Lx,Kx}{Max}\ B_x(L_x,K_x) = p_x x(L_x,K_x) - (wL_x + rK_x) \Rightarrow CPO \begin{cases} p_x Pmg_{Lx} = w \\ p_x Pmg_{Kx} = r \end{cases}$$

$$\underset{Ly,Ky}{Max}\ B_y(L_y,K_y) = p_y y(L_y,K_y) - (wL_y + rK_y) \Rightarrow CPO \begin{cases} p_y Pmg_{Ly} = w \\ p_y Pmg_{Ky} = r \end{cases}$$

- (2) Consumidores finales:

$$\begin{cases} \underset{x_a,y_a}{Max}\ U_a = U_a(x_a,y_a) \\ s.a.\ p_x x_a + p_y y_a = w\overline{L}_a + r\overline{K}_a \end{cases} \Rightarrow CPO \begin{cases} |RMS^A_{y,x}| = \dfrac{p_x}{p_y} \\ p_x x_a + p_y y_a = w\overline{L}_a + r\overline{K}_a \end{cases}$$

$$\begin{cases} \underset{x_b,y_b}{Max}\ U_b = U_b(x_b,y_b) \\ s.a.\ p_x x_b + p_y y_b = w\overline{L}_b + r\overline{K}_b \end{cases} \Rightarrow CPO \begin{cases} |RMS^B_{y,x}| = \dfrac{p_x}{p_y} \\ p_x x_b + p_y y_b = w\overline{L}_b + r\overline{K}_b \end{cases}$$

- Los deseos de los agentes deben ser compatibles: los mercados deben estar en equilibrio *y la economía debe estar produciendo sobre la FPP* (pleno empleo de factores usando la tecnología más eficiente).

$$\begin{cases} x_a + x_b = x \\ y_a + y_b = y \\ (x, y) \in FPP \end{cases}$$

- Resumiendo, las CPO que ha de cumplir la asignación correspondiente al EGC, en el caso de que las preferencias sean regulares y las tecnologías también (CI e isoproductos estrictamente convexos):

$$\begin{cases} \left.\begin{aligned} &(1)\ p_x = Cmg(x) \\ &(2)\ p_y = Cmg(y) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \text{o alternativamente} \left|RMT_{y,x}\right| = \dfrac{p_x}{p_y} \\ \left.\begin{aligned} &(3)\ p_x Pmg_{Lx} = w \\ &(4)\ p_x Pmg_{Kx} = r \end{aligned}\right\} \Rightarrow \text{o alternativamente} \begin{cases} p_y Pmg_{Ly} = w \\ p_y Pmg_{Ky} = r \end{cases} \\ (5) \left|RMS^{A}_{y,x}\right| = \dfrac{p_x}{p_y} \\ (6)\ p_x x_a + p_y y_a = w\bar{L}_a + r\bar{K}_a \\ (7) \left|RMS^{B}_{y,x}\right| = \dfrac{p_x}{p_y} \\ (8)\ p_x x_b + p_y y_b = w\bar{L}_b + r\bar{K}_b \\ (9)(x, y) \in FPP \\ (10) x_a + x_b = x \\ (11) y_a + y_b = y \\ (12)\ p_y = 1 \end{cases}$$

- Nota**:** ver ecuación (3) y (4) o su formulación alternativa.
- Nota: ver definición del numerario (12). En el sistema hay (11) ecuaciones independientes para determinar (12) variables, al hacer exógeno el numerario el sistema queda determinado.
- Nota: los precios que se determinan son los precios relativos, no los absolutos.
- Nota: La forma de la *FPP* depende de los rendimientos marginales de cada factor en la producción de los distintos bienes. En el caso especial de tecnologías con rendimientos a escala constantes e intensidades factoriales iguales en la producción de todos los bienes, la FPP es una línea recta.

En Mathematica

Función de producción, rendimientos marginales decrecientes, rendimientos a escala y curva de oferta:

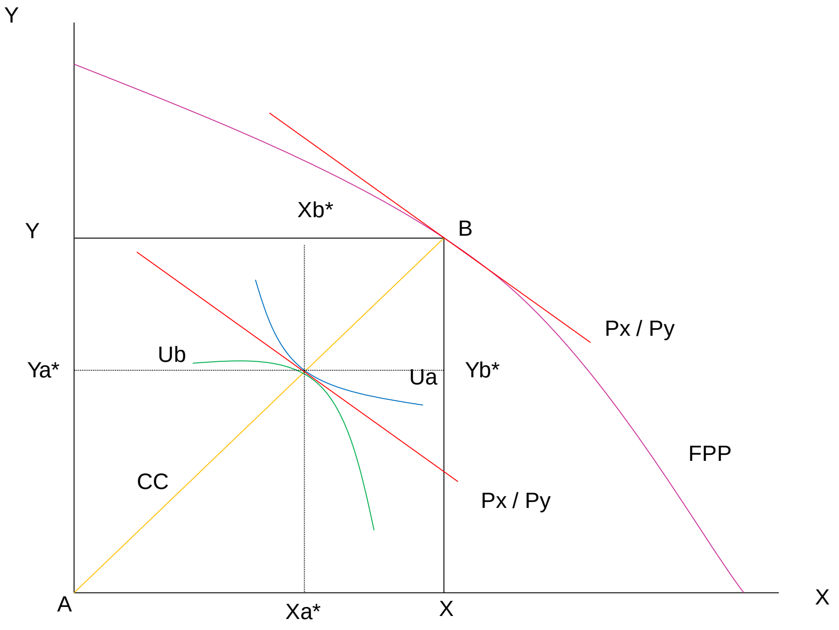
..\..\..\Ejercicios Mathematica\Demostraciones de casos\Funcion de producción y costos\ShortRunProductionAndCostCurves.nb

..\..\..\Ejercicios Mathematica\Demostraciones de casos\Funcion de producción y costos\AnExampleOfAProductionFunction.nb

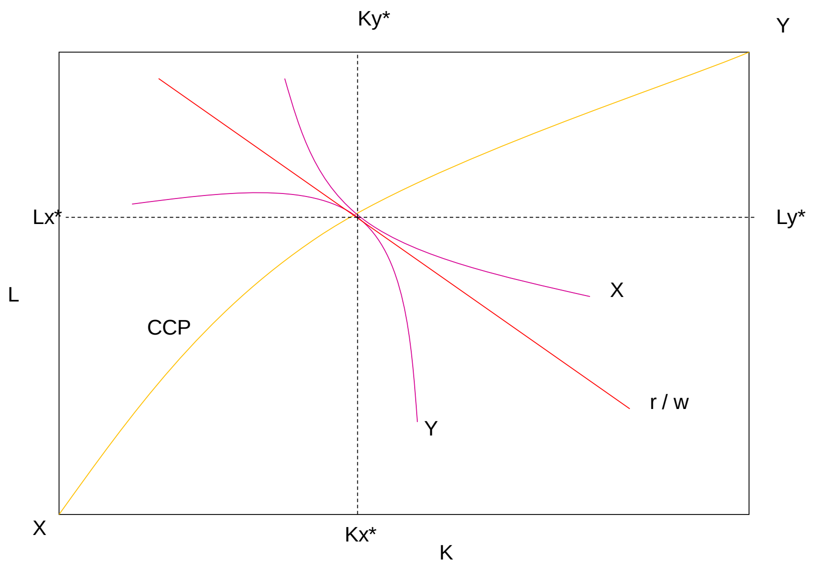
Eficiencia en el uso de los factores, CCP y FPP:..\..\..\Ejercicios Mathematica\Demostraciones de casos\Equilibrio general\Producción\ActivEficUsoFactores.cdf

Solución gráfica típica de un MEGC 2x2x2:

Equilibrio General: solución gráfica (1/2)



Equilibrio General: solución gráfica (2/2)



Modelo de Equilibrio General Competitivo de una Economía Cerrada con Rendimientos a Escala Decrecientes (2x2x1) (Dinwiddy y Teal)

- Se trata de formular un MEGC mediante un modelo que permita explicitar:
  - Funciones de oferta, demanda y equilibrio en los mercados de bienes.
  - Funciones de demanda y equilibrio en los mercados de factores (la oferta de factores es exógena).
  - Ecuaciones de ingresos netos de las empresas y el consumidor.
- Supuestos:

- Rendimientos a escala decrecientes $\Rightarrow$ **funciones de oferta definidas**[3] (curvas de oferta con pendiente positiva).
- Se espera que las empresas maximicen beneficios y obtengan beneficios distintos de cero.
- Se producen dos bienes. Cada empresa produce un bien distinto.
- Hay dos factores de producción: Capital y trabajo. Los stocks de los factores son fijos.
- Existe *un solo consumidor* (hogares) que posee los dos factores de producción.
- El consumidor maximiza una función de utilidad o bienestar. Se supone que la función de utilidad es cuasicóncava $\Rightarrow$ curvas de indiferencia convexas.
- La totalidad de los beneficios va a manos del consumidor, único propietario de las empresas en este modelo.
- Hay 3 agentes económicos: 2 empresas y 1 consumidor.

- Para cada mercado se tienen 3 ecuaciones:
  - Ecuación de oferta.
  - Ecuación de demanda.
  - Ecuación de balance o equilibrio del mercado.

Mercados de bienes

- Problema del consumidor y deducción de las funciones de demanda:
  - El consumidor se supone que maximiza una función de utilidad sujeto a una restricción presupuestaria (el gasto total = ingreso total).
  - Problema del consumidor:

$$\begin{aligned} &\max_{C_1,C_2} \quad U = U(C_1, C_2) \\ &s.a. \quad P_1C_1 + P_2C_2 = Y \end{aligned}$$

  - De la solución de este problema de optimización se deducen las funciones de demanda:

$$\boxed{\begin{aligned} C_1 &= C_1(P_1, P_2, Y) \qquad (1.1) \\ C_2 &= C_2(P_1, P_2, Y) \qquad (1.2) \end{aligned}}$$

- Problema de los productores y deducción de las funciones de oferta:
  - La derivación de las funciones de oferta se basa en un procedimiento de optimización de dos etapas:
    - Una empresa empleando factores requiere cierta combinación de los factores para producir un nivel determinado de producto. La relación es dada por una función de producción: $X_i = X_i(K_i, L_i)$

[3] En el caso donde prevalecen rendimientos a escala constantes en la producción, las curvas de oferta de las empresas no están definidas.

- *El costo de producción* estará determinado por los precios de los factores (r, w) y la combinación de mínimo costo se deduce de la solución de un problema de minimización de costos:

$$\min_{K_i, L_i} \quad TC_i = rK_i + wL_i$$
$$s.a. \quad X_{io} = X_{io}(K_i, L_i)$$

- De aquí se deducen las funciones de demanda de los insumos K y L de la empresa que produce Xi *:*

$$\boxed{\begin{aligned} K_i &= K_i(X_i, r, w) \\ L_i &= L_i(X_i, r, w) \end{aligned}}$$

- La *función de oferta a corto plazo* de la empresa se determina por un segundo procedimiento de optimización. Cada empresa se supone que maximiza beneficios ($\Pi_i = TR_i - TC_i$):

$$\begin{cases} X_1 = X_1(P_1, w, r) & (1.3) \\ X_2 = X_2(P_2, w, r) & (1.4) \end{cases}$$

- Equilibrio en los mercados de productos:

$$\boxed{\begin{aligned} C_1 &= X_1 \quad (1.5) \\ C_2 &= X_2 \quad (1.6) \end{aligned}}$$

Mercados de factores

- Demanda de factores
  - La demanda de cada factor proviene de la solución del problema de minimización de costos de cada empresa.

$$\boxed{\begin{aligned} K_1 &= K_1(X_1, w, r) && (1.7) \\ K_2 &= K_2(X_2, w, r) && (1.8) \\ L_1 &= L_1(X_1, w, r) && (1.9) \\ L_2 &= L_2(X_2, w, r) && (1.10) \end{aligned}}$$

- **NOTA:** Aquí se está asumiendo que L^*, K^* están dados. En un modelo más complejo la oferta de factores a cada empresa, por el consumidor, es función de las preferencias del consumidor y de los precios relativos del sistema.
- Equilibrio en los mercados de factores

$$\boxed{\begin{aligned} K_1 + K_2 &= K^* && (1.11) \\ L_1 + L_2 &= L^* && (1.12) \end{aligned}}$$

Ecuaciones de ingreso

- Las ecuaciones (1.1) a (1.12) muestran las condiciones de equilibrio de los mercados de bienes y factores. Hay que incluir en el sistema las ecuaciones de ingreso de las empresas y el consumidor.

$$\boxed{\begin{array}{ll} \Pi_1 = P_1X_1 - wL_1 - rK_1 & (1.13) \\ \Pi_2 = P_2X_2 - wL_2 - rK_2 & (1.14) \\ Y = w(L_1 + L_2) + r(K_1 + K_2) + \Pi_1 + \Pi_2 & (1.15) \end{array}}$$

- En este modelo hay 15 ecuaciones y 15 variables endógenas:
  - Las variables endógenas son:

$$\begin{cases} C_1, C_2, X_1, X_2 \ (\text{demandas y ofertas de bienes}) \\ K_1, K_2, L_1, L_2 \ (\text{demanda de factores}) \\ \Pi_1, \Pi_2, Y \ (\text{ingresos netos de los agentes}) \\ P_1, P_2, w, r \, (\text{vector de precios de equilibrio}) \end{cases}$$

- Las variables exógenas son:

  K^*, L^*, preferencias, tecnología y otras condiciones que afectan la oferta y la demanda no explícitas.

Ejemplo Numérico: Rendimientos a escala decrecientes.

- Derivación de las funciones de demanda
  - Suponiendo que la estructura de preferencias viene dada por la siguiente función de utilidad: $U = C_1^{1/2}C_2^{1/2}$Esta es una función del tipo Cobb-Douglas que es una función homogénea de grado 1 (rendimientos a escala constantes en el consumo).
  - Solución del problema del consumidor:

$$\begin{array}{ll} \underset{C_1, C_2}{Max} \quad U = C_1^{1/2}C_2^{1/2} & (2.1) \\ s.a. \quad P_1C_1 + P_2C_2 = Y & (2.2) \\ Z = C_1^{1/2}C_2^{1/2} \ + \lambda(P_1C_1 + P_2C_2 - Y) & \\ CPO: & \\ \frac{\partial Z}{\partial C_1} = \frac{\partial Z}{\partial C_2} = \frac{\partial Z}{\partial \lambda} = 0 & \end{array}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}C_1^{-(1/2)}C_2^{1/2} + \lambda P_1 = 0 & (2.3) \\ \frac{1}{2}C_1^{1/2}C_2^{-(1/2)} + \lambda P_2 = 0 & (2.4) \\ P_1C_1 + P_2C_2 - Y = 0 & (2.5) \end{cases}$$

  - Resolviendo el sistema de ecuaciones:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{C_1}{C_2} \qquad (2.6)$$

$$\mathrm{P}_2 = P_1\frac{C_1}{C_2} \qquad (2.7)$$

  - Sustituyendo P_2 en (2.5):

$$P_1C_1 + P_1C_1 = Y$$

$$\boxed{\begin{aligned} C_1 &= \frac{Y}{2P_1} \qquad (2.8) \\ C_2 &= \frac{Y}{2P_2} \qquad (2.9) \end{aligned}}$$

- (2.8) y (2.9) son las funciones de demanda de bienes.

- Derivación de las funciones de oferta.
  - Procedimiento en dos etapas:
    - Determinar las cantidades de cada factor requeridas para cada nivel de producción. Esto permite determinar los costos totales para cada nivel de producto.
    - Formular el problema de maximización de beneficios: nivel de producción que maximiza la diferencia entre ingreso total y costo total.
    - Empresa 1:

$$X_1 = K_1^{1/4} L_1^{1/2} \qquad (2.10)$$

- Esta es una **función de producción** del tipo Coob-Douglas. En este caso se trata de una función que muestra *rendimientos a escala decrecientes* en la producción.
- El problema es minimizar:

$$\min_{K_1, L_1} \quad TC_1 = rK_1 + wL_1 \qquad (2.11)$$

$$\text{s.a.} \quad L_1 = \frac{X_1^2}{K_1^{1/2}} \qquad (2.12)$$

- Sustituyendo L_1 en (2.11), se puede formular el siguiente problema de minimización sin restricciones:

$$\min_{K_1} \quad TC_1 = rK_1 + w\left(\frac{X_1^2}{K_1^{1/2}}\right)$$

$$CPO: \quad \frac{dTC_1}{dK_1} = r - \frac{wX_1^2}{2K_1^{3/2}} = 0 \qquad (2.13)$$

$$resolviendo: \quad \boxed{K_1 = \left(\frac{wX_1^2}{2r}\right)^{2/3}} \qquad (2.14)$$

- (2.14) es la *demanda condicional de capital de la empresa 1*. Esta función relaciona la demanda de K_1 con el nivel de producción y los precios de los factores.
- Para obtener *la demanda condicional de trabajo de la empresa 1* se despeja K_1 en la ecuación (2.10) y se sustituye K_1 en la ecuación (2.11), se minimiza TC_1 con respecto a L_1:

$$\boxed{L_1 = \left(\frac{2rX_1^4}{w}\right)^{1/3}} \qquad (2.16)$$

- Funciones de beneficio:

$$\Pi_1 = TR_1 - TC_1$$

$$\max_{X_1} \quad \Pi_1 = P_1X_1 - r\left(\frac{wX_1^2}{2r}\right)^{2/3} - w\left(\frac{2rX_1^4}{w}\right)^{1/3} \qquad (2.17)$$

$$\text{CPO: } \frac{d\Pi_1}{dX_1} = 0 \qquad (2.18)$$

$$\text{resolviendo: } \boxed{X_1 = \frac{P_1^3}{16w^2r}} \qquad (2.19)$$

- (2.19) es la función de oferta de la empresa 1.

- Empresa 2:
  - Función de producción empresa 2: $X_2 = K_2^{1/2}L_2^{1/4}$ (2.20)
  - Demanda condicional de capital de la empresa 2:

$$\boxed{K_2 = \left(\frac{2wX_2^4}{r}\right)^{1/3}} \qquad (2.21)$$

  - Demanda condicional de trabajo de la empresa 2:

$$\boxed{L_2 = \left(\frac{rX_2^2}{2w}\right)^{2/3}} \qquad (2.22)$$

  - Función de oferta de la empresa 2:

$$\boxed{X_2 = \frac{P_2^3}{16r^2w}} \qquad (2.23)$$

- Síntesis del Modelo
  - *Mercado de bienes*
- Demanda:

$$\begin{cases} C_1 = \dfrac{Y}{2P_1} & (1) \\ C_2 = \dfrac{Y}{2P_2} & (2) \end{cases}$$

- Oferta:

$$\begin{cases} X_1 = \dfrac{P_1^3}{16w^2r} & (3) \\ X_2 = \dfrac{P_2^3}{16r^2w} & (4) \end{cases}$$

- Equilibrio en el mercado de bienes:

$$\begin{cases} C_1 = X_1 & (5) \\ C_2 = X_2 & (6) \end{cases}$$

- *Mercado de factores*
- Demanda de factores:

$$\begin{cases} K_1 = \left(\dfrac{wX_1^2}{2r}\right)^{2/3} & (7) \\ K_2 = \left(\dfrac{2wX_2^4}{r}\right)^{1/3} & (8) \\ L_1 = \left(\dfrac{2rX_1^4}{w}\right)^{1/3} & (9) \\ L_2 = \left(\dfrac{rX_2^2}{2w}\right)^{2/3} & (10) \end{cases}$$

- Equilibrio en el mercado de factores:

$$\begin{cases} K_1 + K_2 = K^* & (11) \\ L_1 + L_2 = L^* & (12) \end{cases}$$

- *Ecuaciones de ingreso*:
- Empresas:

$$\begin{cases} \Pi_1 = P_1X_1 - rK_1 - wL_1 & (13) \\ \Pi_2 = P_2X_2 - rK_2 - wL_2 & (14) \end{cases}$$

- Consumidores:

$$Y = r(K_1 + K_2) + w(L_1 + L_2) + \Pi_1 + \Pi_2 \quad (15)$$

- Variables endógenas: 15

$$\begin{cases} C_1, C_2, X_1, X_2, K_1, K_2, L_1, L_2 \\ Y, \Pi_1, \Pi_2 \\ P_1, P_2, w, r \end{cases}$$

- Variables exógenas: K^*, L^* ,Tecnología, preferencias, otras.
- Propiedades del Modelo de Equilibrio General:
  - En un MEG no es posible determinar los precios absolutos sino los precios relativos. Lo relevante son los precios relativos, si los precios absolutos cambian, pero los relativos no en el sistema no pasa nada (no hay ilusión monetaria).
  - Si hay equilibrio general una ecuación va a ser combinación lineal de las demás (Ley de Walras). Es decir, hay *n-1* ecuaciones independientes y *n* variables. Para resolver esto se escoge un numerario. Todo se resuelve en términos de este numerario.
- Solución específica del MEG:

suponiendo: $K^{*} = 0.8,\ L^{*} = 2$

$X_1 = C_1 = 0.83$

$X_2 = C_2 = 0.66$

$K_1 = 0.27;\quad K_2 = 0.53;\quad L_1 = 1.34;\quad L_2 = 0.66$

$Y = 1.655;\quad \Pi_1 = 0.2067;\quad \Pi_2 = 0.2123$

$P_1 = 1;\quad P_2 = 1.25;\quad r = 0.77;\quad w = 0.31$

Tema 3 b: Modelo de equilibrio general de una economía de mercado competitivo, cerrada con producción e intercambio y rendimientos a escala constante

1. Economías y deseconomías externas y la curva de oferta a largo plazo.

- Algunas veces los costos medios aumentan o disminuyen junto con el tamaño de la industria, además de responder a los cambios que se registran en la empresa misma.
- Cuando los costos medios a largo plazo disminuyen con el tamaño de la industria (no de la empresa) se dice que hay economías externas. Cuando aumentan hay deseconomías externas.
- **NOTA**: ver las diferencias entre las economías internas de escala que se producen dentro de la **empresa** y las economías externas que se producen a nivel de toda la **industria** (por ejemplo, las economías de aglomeración, de red, los efectos del crecimiento de una industria sobre los precios de los insumos etc.).
- También se puede hablar de industrias con costos crecientes o decrecientes a largo plazo. Estos son casos de economías externas.

2. ¿Cómo se ajustan las industrias a los cambios en el largo plazo?

- La respuesta depende tanto de los factores internos como de los externos.
- La magnitud de las economías internas determina **la forma** de la curva de *CMeLP*. Estas economías no afectan la posición de la curva de oferta.
- Las economías externas determinan **la posición** de las curvas de CMeLP. La existencia de economías externas si afecta la posición de la curva de oferta de la empresa, aunque no su forma. Las economías externas afectan la forma de la curva de oferta de la industria.
- Las industrias donde no existen economías internas ni externas tienen curvas de oferta **industrial y empresariales** planas y son llamadas, también, industrias de costos constantes.

3. Curva de Oferta y Rendimientos Constantes a Escala:

- Con rendimientos constantes a escala la función de oferta a largo plazo, para una empresa maximizadora de beneficios es horizontal => la cantidad producida a cada precio está determinada por la demanda y el costo unitario constante ¿Por qué?
- Función de producción Cobb-Douglas (homogénea de grado 1 o linealmente homogénea): $X_i = K_i^{\alpha} L_i^{1-\alpha}$
- Demanda de factores en este caso:

$$\begin{cases} \min \ \mathrm{TC_i} = rK_i + wL_i \\ s.a. \ X_i = K_i^{\alpha} L_i^{1-\alpha} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} L_i = \left(\dfrac{1-\alpha}{\alpha} \dfrac{r}{w} \right)^{\alpha} X_i \\ K_i = \left(\dfrac{\alpha}{1-\alpha} \dfrac{w}{r} \right)^{1-\alpha} X_i \end{cases}$$

- Nivel de producto que maximiza el beneficio:

$$\max_{X_i} \Pi_i = P_i X_i - rK_i - wL_i = P_i X_i - r\left[\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{w}{r}\right)^{1-\alpha} X_i\right] - w\left[\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{r}{w}\right)^{\alpha} X_i\right]$$

- Nota: si se derivan las CPO no es posible encontrar el nivel de X que maximiza el beneficio. Es decir, no podemos derivar las funciones de oferta de las funciones de beneficios, como se hizo en el caso de los rendimientos a escala decrecientes:

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial X_i} = P_i - r\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{w}{r}\right)^{1-\alpha} - w\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{r}{w}\right)^{\alpha} = 0$$

- Nota: $k_i = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{w}{r}\right)^{1-\alpha} = \frac{K_i}{X_i}$ es la demanda de K por unidad de producto

$l_i = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{r}{w}\right)^{\alpha} = \frac{L_i}{X_i}$ es la demanda de L por unidad de producto (X_i)

- Nota: la demanda de cada factor por unidad de producto no depende de (X_i), eso es justo la consecuencia de que los rendimientos a escala son constantes.
- *Por lo tanto, el precio se igualará al costo unitario de producción* y el beneficio será nulo cuando la empresa se encuentre maximizando beneficios:

$P_i = rk_i + wl_i \Rightarrow \Pi_i = 0$, donde $rk_i + wl_i$ es el costo unitario de producción.

- Por eso la empresa competitiva que opera con rendimientos a escala constantes no tendrá beneficios cuando la economía se encuentre en equilibrio, cualquiera sea el nivel de producto de equilibrio → *no hay una función de oferta definida con rendimientos a escala constantes* (este será el caso para cualquier función de producción linealmente homogénea, como la CES). El nivel de producción de equilibrio lo determinará la posición de la función de demanda y el nivel de los costos unitarios de producción que sólo dependen de los precios de los insumos.

4. Modelo de Equilibrio General Competitivo de una Economía Cerrada con Rendimientos Constantes a Escala:

- Manteniendo los mismos supuestos del lado de la demanda.
- Como no hay funciones de oferta definida estas deben ser sustituidas por las ecuaciones de precios unitarios:

$$\begin{cases} P_1 = rk_1 + wl_1 \\ P_2 = rk_2 + wl_2 \end{cases}$$

- Las demandas de insumos **por unidad de producto** deben ser añadidas al modelo:

$$\begin{cases} k_i = k_i(r,w)\ ,\ i=1,2 \text{ donde } k_i = \dfrac{K_i}{X_i} \\ l_i = l_i(r,w)\ ,\ \ i=1,2 \text{ donde } l_i = \dfrac{L_i}{X_i} \end{cases}$$

- Como $\Pi_1 = \Pi_2 = 0$ estas ecuaciones pueden eliminarse.
- *Sistema de ecuaciones del MEGC:*

Mercado de Bienes:

- Demanda de bienes:

$$\begin{cases} C_1 = C_1(P_1, P_2, Y) & (1) \\ C_2 = C_2(P_1, P_2, Y) & (2) \end{cases}$$

- Precios unitarios:

$$\begin{cases} P_1 = rk_1 + wl_1 & (3) \\ P_2 = rk_2 + wl_2 & (4) \end{cases}$$

- Equilibrio Mercado de Bienes:

$$\begin{cases} C_1 = X_1 & (5) \\ C_2 = X_2 & (6) \end{cases}$$

Mercado de Factores:

- Demanda de factores:

$$\begin{cases} k_1 = k_1(r,w) & (7) \\ K_1 = k_1 X_1 & (8) \\ k_2 = k_2(r,w) & (9) \\ K_2 = k_2 X_2 & (10) \\ l_1 = l_1(r,w) & (11) \\ L_1 = l_1 X_1 & (12) \\ l_2 = l_2(r,w) & (13) \\ L_2 = l_2 X_1 & (14) \end{cases}$$

- Equilibrio mercado de factores:

$$\begin{cases} K_1 + K_2 = K^* & (15) \\ L_1 + L_2 = L^* & (16) \end{cases}$$

Ingreso del Consumidor:

$$Y = r(K_1 + K_2) + w(L_1 + L_2) \qquad (17)$$

Variables endógenas:

$$\begin{cases} C_1, C_2, X_1, X_2 \\ K_1, K_2, k_1, k_2, L_1, L_2, l_1, l_2 \\ P_1, P_2, w, r \\ Y \end{cases}$$

Variables exógenas:

K^*, L^*

- Nota**:** recordar que una ecuación va a ser combinación lineal de las otras. Por ello debemos eliminar una ecuación (por ejemplo, la ecuación de equilibrio en el mercado del bien 2). Al fijar el numerario se resuelve la indeterminación.

5. Modelo de Equilibrio General de Economía Cerrada con rendimientos a escala constantes y con Insumos Factoriales y No Factoriales:

- En los casos anteriores se ha supuesto que las empresas sólo demandan insumos factoriales. Ahora incorporaremos un caso más realista: **las empresas requieren insumos factoriales y no factoriales para producir**. Esto implica que las empresas no sólo producen bienes para el consumo final sino también para el consumo intermedio.
- Vamos a suponer (supuesto fuerte) que los insumos intermedios son requeridos en proporciones fijas al producto (no cambian con el precio de los bienes): $a_{ij} = \dfrac{x_{ij}}{X_j}$ (constante) $\Rightarrow$ (funciones de producción del tipo Leontief).
- Tabla de insumo-producto:

	Industria 1	**Industria 2**	**Consumo Final**	**X_i**
Industria 1	$a_{11}X_1$	$a_{12}X_2$	C_1	X_1
Industria 2	$a_{21}X_1$	$a_{22}X_2$	C_2	X_2
Capital	K_1	K_2		K^*
Trabajo	L_1	L_2		L^*

- El producto total en cada industria vendrá dado por (nuevas ecuaciones de balance en el mercado de bienes):

$$X_1 = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + C_1$$
$$X_2 = a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + C_2$$

- Este sistema de ecuaciones podría ser reescrito en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}$$

- Escrito en forma reducida: $X = AX + C$, donde X y C son los vectores de producción y consumo, respectivamente, y A es la matriz de coeficientes técnicos.
- La solución de este sistema, expresada en términos matriciales sería:

$$X = (I - A)^{-1}C\text{, donde I es la matriz identidad.}$$

- Nota: la función de producción ahora se representa por:

$$X_j = X_j(x_{ij}, K_j, L_j)\text{, siendo } x_{ij} = a_{ij}X_j$$

- El costo medio de los insumos intermedios en la industria j comprados a la industria i será:

$$P_i x_{ij} = P_i a_{ij} X_j$$

- Las ecuaciones de precios unitarios serán en equilibrio:

$$\begin{cases} P_1 = a_{11}P_1 + a_{21}P_2 + rk_1 + wl_1 \\ P_2 = a_{12}P_1 + a_{22}P_2 + rk_2 + wl_2 \end{cases}$$

Sistema de ecuaciones del MEGC con Rendimientos a Escala Constantes e insumos factoriales y no factoriales:

- Demanda de bienes:

$$\begin{cases} C_1 = C_1(P_1, P_2, Y) & (1) \\ C_2 = C_2(P_1, P_2, Y) & (2) \end{cases}$$

- Precios unitarios:

$$\begin{cases} P_1 = a_{11}P_1 + a_{21}P_2 + rk_1 + wl_1 & (3) \\ P_2 = a_{12}P_1 + a_{22}P_2 + rk_2 + wl_2 & (4) \end{cases}$$

- Equilibrio Mercado de Bienes:

$$\begin{cases} X_1 = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + C_1 & (5) \\ X_2 = a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + C_2 & (6) \end{cases}$$

- Mercado de Factores:
- Demanda de factores:

$$\begin{cases} k_1 = k_1(r, w) & (7) \\ K_1 = k_1 X_1 & (8) \\ k_2 = k_2(r, w) & (9) \\ K_2 = k_2 X_2 & (10) \\ l_1 = l_1(r, w) & (11) \\ L_1 = l_1 X_1 & (12) \\ l_2 = l_2(r, w) & (13) \\ L_2 = l_2 X_1 & (14) \end{cases}$$

- Equilibrio mercado de factores:

$$\begin{cases} K_1 + K_2 = K^* & (15) \\ L_1 + L_2 = L^* & (16) \end{cases}$$

- Ingreso del Consumidor:

$$Y = r(K_1 + K_2) + w(L_1 + L_2) \qquad (17)$$

- Variables endógenas:

$$\begin{cases} C_1, C_2, X_1, X_2 \\ K_1, K_2, k_1, k_2, L_1, L_2, l_1, l_2 \\ P_1, P_2, w, r \\ Y \end{cases}$$

- Variables exógenas:

$$K^*, L^*, a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$$

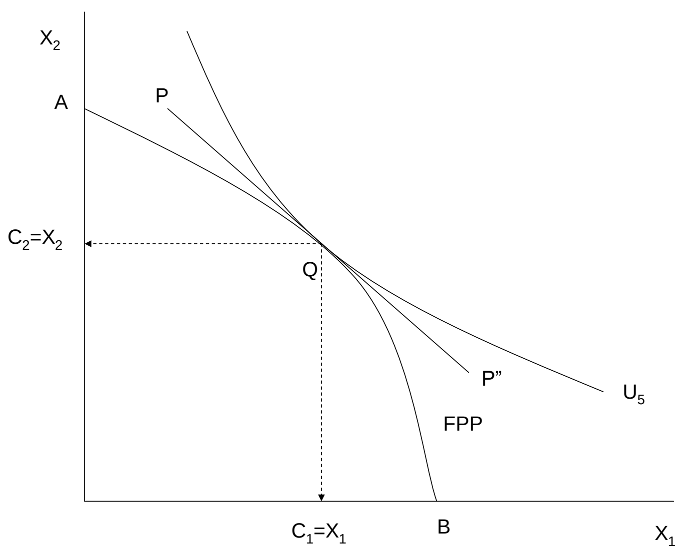
- Nota: observar que los coeficientes técnicos se suponen **exógenos** (determinados por la tecnología). Se está asumiendo que los precios no afectan la selección de la tecnología. Este es un supuesto fuerte que puede ser relajado haciendo endógenos a los coeficientes técnicos (que pasan a ser variables que estarían en función no sólo de la tecnología sino de los precios de los bienes y factores productivos. Naturalmente, el modelo ganaría realismo, pero complicaría bastante su especificación.

Tema 4: Modelo de equilibrio general de mercado competitivo de una economía abierta con producción e intercambio sin sector público

1. MEGC para una economía abierta

- Con la inclusión de las exportaciones y las importaciones hay una nueva dimensión de elección para los consumidores y para los productores. Las importaciones proveen una fuente alternativa de oferta y las exportaciones constituyen una fuente adicional de demanda.
- Las consecuencias de la apertura económica serían:

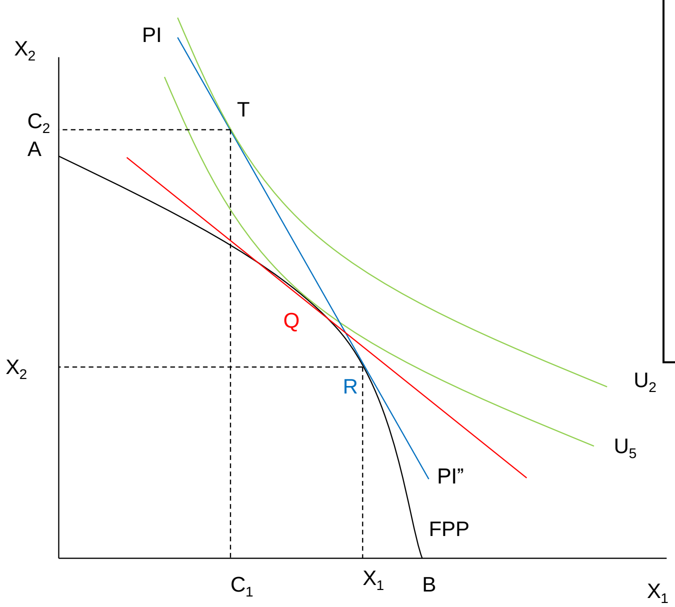
Situación antes de la apertura



AB: curva de transformación o frontera de posibilidades de producción. Será cóncava si las funciones de producción tienen diferentes intensidades de factores, aún si hay rendimientos a escala constantes.

P_1/P_2: relación de precios de equilibrio en Q

Situación después de la apertura



Si la relación de precios mundial **Pw_1/Pw_2** difiere de la relación de precios antes de la apertura **P_1/P_2**, el consumidor puede explotar las ganancias potenciales del comercio (punto **T**).

La producción estará en el punto **R**. La brecha entre producción y consumo representan las cantidades importadas y exportadas.

- El bien que es exportado o importado dependerá de (Pw_1/Pw_2.) En el diagrama, X_1 es exportado y X_2 es importado. El precio relativo del bien 1 es mayor en el mercado internacional que en el mercado interno en situación de autarquía:

$$\frac{Pw_1}{Pw_2} > \frac{P_1}{P_2}$$

- A los precios internacionales, el país tiene ventaja comparativa en el bien 1 y desventaja en el bien 2:

$$\left(\frac{Pw_1}{Pw_2}\right) > \left(\frac{Cmg_1}{Cmg_2}\right)$$

- La producción interna pasa de Q a R.
- ¿Qué pasa con el consumo? La nueva línea de precios es tangente a una curva de indiferencia superior. Los consumidores sacarán ventajas de los nuevos precios relativos. Sustituirán en el consumo al bien 1 por el bien 2. Como el ingreso ahora será mayor por la especialización en el bien donde se es más eficiente, que generará un nuevo ingreso debido a las exportaciones, el nivel de consumo del bien 1 aumentará y así el nivel de bienestar.
- Como consecuencia de todo esto, la balanza comercial (que en este caso será también la balanza de pagos en equilibrio) será:

$$E = X_1 - C_1$$
$$M = C_2 - X_2$$

- Nota: en este caso estamos suponiendo que no hay movimientos de activos ni de pasivos financieros (cuenta de capital de la BP) y, en equilibrio, tampoco habrá cambios en el stock de reservas internacionales.
- Los precios que rigen en la economía interna son ahora los mundiales. Se está suponiendo que hay libre comercio. Los precios mundiales están dados (supuesto de economía pequeña). Además, todos los bienes producidos son transables.
- El comercio altera la asignación de los factores de producción internos y los retornos de los factores también se modifican.
- Hay que introducir el tipo de cambio para relacionar el set de precios internos con el set de precios mundiales. En una economía de libre intercambio, donde no hay impuestos ni otras restricciones sobre el comercio, la relación entre los dos sets de precios es directa: los precios mundiales sólo se deben multiplicar por el tipo de cambio para obtener los precios internos:

$$P_1 = F * Pw_1$$
$$P_2 = F * Pw_2$$

- F es una variable endógena. F representa el precio de una unidad de poder de compra externo y puede ser determinada usando cualquier bien o factor como numerario. F puede normalizarse a 1 (seleccionarlo como numerario) y los precios internos serán entonces calculados en relación al valor de los bienes transables.

- Si en esta economía no hay flujo de capitales, el equilibrio externo supone que el gasto en importaciones debe igualar al gasto en exportaciones:

$$Pw_1M - Pw_2E = 0$$

- Esta es la ecuación de balanza de pagos o restricción de moneda extranjera.

2. Sistema de ecuaciones del MEGC para una economía abierta y con rendimientos a escala constantes:

Mercado de Bienes:

- Demanda de bienes:

$$\begin{cases} C_1 = C_1(P_1, P_2, Y) & (1) \\ C_2 = C_2(P_1, P_2, Y) & (2) \end{cases}$$

- Precios unitarios:

$$\begin{cases} P_1 = rk_1 + wl_1 & (3) \\ P_2 = rk_2 + wl_2 & (4) \end{cases}$$

- Equilibrio Mercado de Bienes:

$$\begin{cases} C_1 = X_1 - E & (5) \\ C_2 = X_2 + M & (6) \end{cases}$$

Mercado de Factores:

- Demanda de factores:

$$\begin{cases} k_1 = k_1(r, w) & (7) \\ K_1 = k_1X_1 & (8) \\ k_2 = k_2(r, w) & (9) \\ K_2 = k_2X_2 & (10) \\ l_1 = l_1(r, w) & (11) \\ L_1 = l_1X_1 & (12) \\ l_2 = l_2(r, w) & (13) \\ L_2 = l_2X_1 & (14) \end{cases}$$

- Equilibrio mercado de factores:

$$\begin{cases} K_1 + K_2 = K^* & (15) \\ L_1 + L_2 = L^* & (16) \end{cases}$$

Ingreso del Consumidor:

$$Y = r(K_1 + K_2) + w(L_1 + L_2) \qquad (17)$$

Sector Externo:

- Ecuaciones de precios:

$$\begin{cases} P_1 = F \; Pw_1 & (18) \\ P_2 = F \; Pw_2 & (19) \end{cases}$$

- Equilibrio Sector Externo:

$$Pw_1 E - Pw_2 M = 0 \quad (20)$$

Variables endógenas (20):

$$\begin{cases} C_1, C_2, X_1, X_2 \\ K_1, K_2, k_1, k_2, L_1, L_2, l_1, l_2 \\ Y, E, M \\ P_1, P_2, w, r, F \end{cases}$$

Variables exógenas:

$$K^*, L^*, Pw_1, Pw_2$$

- Nota 1: Este es un modelo de precios fijos y todos los bienes son transables. Cuando Pw_1 y Pw_2 están dados, si $F = 1$ (se normaliza el valor de *F*) esto implica que P_1, P_2, w y r están determinados. Por ello el equilibrio solo es posible mediante el ajuste de cantidades y no de precios.
- Nota 2: Cuando P_1, P_2 son conocidos y el tipo de cambio se normaliza, por las ecuaciones (3) y (4) se pueden deducir w y r. Con los precios determinados se pueden derivar todas las otras variables endógenas.
- Nota 3: Normalizar *F=1*, en el contexto de este modelo equivale a hacer exógeno el valor del tipo de cambio. Al normalizar *F*, los precios internos son todos calculados en relación a los bienes transables.

Teorema de Rybczynski:

Si uno de los factores de producción se incrementa, y el otro se mantiene constante, *el producto del bien usando el factor acumulado intensivamente se incrementará y el producto del otro decrecerá en niveles absolutos*, siempre que los precios de las mercancías y factores se mantengan constantes.

3. Ejemplo Dinwiddi-Teal:

- Funciones de producción:

$$X_1 = K_1^{0.25} L_1^{0.75}$$
$$X_2 = K_2^{0.5} L_2^{0.5}$$

- Coeficiente capital-trabajo:
- Sector 1: 0.33, sector relativamente intensivo en trabajo

- Exportador
- Sector 2: 0.99, sector relativamente intensivo en capital
- Importador
- ¿Qué sucede si se modifican los stocks iniciales de factores?
- Recalculando el modelo para cada escenario:

Variable	Escenario 1	Escenario 2	Escenario 3
K	0,8	1	0,8
L	2	2	2,2
X1	1,35	1,12	1,58
K1	0,59	0,49	0,69
L1	1,79	1,48	2,08
X2	0,21	0,51	0,11
K2	0,21	0,51	0,11
L2	0,21	0,51	0,11
E	0,56	0,26	0,72
M	0,49	0,24	0,64

Escenario 2:

- Aumenta el stock de capital.
- Aumenta la producción interna del bien que es intensivo en capital (bien 2).
- Se reduce la producción del bien que es intensivo en trabajo (bien 1) (al usarse más capital en 2 se requiere transferir más trabajo de 1 a 2).
- Se reducen las importaciones del bien 2 y se reducen las exportaciones del bien 1, al haber menos producción de este último bien.

Escenario 3:

- Aumenta el stock de trabajo.
- Aumenta la producción del bien intensivo en trabajo (bien 1).
- Se reduce la producción del bien intensivo en capital.
- Aumentan las exportaciones del bien 1 y aumentan las importaciones del bien 2.

- Nota: el incremento en el stock de un factor puede ser de tal magnitud que la economía termine especializándose exclusivamente en la producción que usa ese factor intensivamente.

Teorema Heckscher-Olin:

Un país exportará la mercancía que usa intensivamente su factor más abundante.

Tema 5: Modelo de equilibrio general de mercado competitivo de una economía abierta con producción e intercambio y con sector público

1. Modelo de Equilibrio General de una Economía Abierta, con Sector Público y rendimientos a escala constante

- Supuestos adicionales:
  - Producción del sector público
    - El gobierno produce uno o los dos bienes del modelo.
    - El gobierno utiliza los dos factores de producción.
  - Tipos de Impuestos:
    - Impuesto de Suma Fija[4] (Lump-sum tax)
    - Impuestos al consumo
    - Aranceles
  - Se asume que el gobierno debe balancear el presupuesto en el mismo período.
- G_i: producción del sector público del bien i
- Ecuaciones de balance en el mercado de bienes[5]:

$$\begin{cases} C_1 = X_1 + G_1 - E_1 \\ C_2 = X_2 + G_2 + M \end{cases}$$

- Suponiendo que 1 se exporta y 2 se importa.
- Ecuaciones de balance en el mercado de factores:

$$\begin{cases} K_1 + K_2 + K_g = K^* \\ L_1 + L_2 + L_g = L^* \end{cases}$$

- Se supone que el sector público usa la misma tecnología que el sector privado.
- Se asume que el gobierno decide autónomamente los niveles de empleo de factores y de producción de bienes. G_1, G_2, L_g, K_g son variables **exógenas** del modelo.
- G_1, G_2 al afectar la demanda de factores, alteran las decisiones de producción y consumo del sector privado.
- En un modelo de precios flexibles, la intervención del gobierno en los mercados de bienes y factores afectará todos los precios relativos del sistema y las cantidades de equilibrio.

---

[4] Estos son impuestos que se establecen en cantidades fijas sobre los agentes. No afectan los precios relativos de bienes ni de factores, por ello no generan costos de eficiencia y son óptimos paretianos. Estos impuestos son difíciles de implementar y suelen ser muy regresivos.

[5] Se está suponiendo que no hay producción ni consumo intermedio de bienes y servicios no factoriales.

- En un modelo de precios fijos, los niveles de empleo del sector privado serán afectados por L_g, K_g.
- Se supone que el gobierno no ejerce un control directo sobre los precios, aunque las cantidades que produce están determinadas exógenamente.
- El ingreso **neto** del gobierno que proviene de la producción (G):

$$\boxed{G = P_1 G_1 + P_2 G_2 - rK_g - wL_g}$$

- G es función de los precios relativos y de las variables exógenas.
- El ingreso **neto** del gobierno procedente de la *producción* (G), hay que distinguirlo del ingreso neto del gobierno procedente de los *impuestos y subsidios* (T).
- Si se supone que el presupuesto del gobierno debe equilibrarse, G (el ingreso neto de la producción del gobierno) debe acoplarse a un flujo de fondos de manera que el ingreso **neto total** del gobierno sea nulo:

$$G + T = 0$$

- Si se generan pérdidas en la producción de los bienes públicos (caso normal), impuestos deben ser aplicados para cubrir estas pérdidas, en este modelo.
- Diferenciación entre los impuestos:
- *Impuesto de Suma Fija* (Lump-sum tax)[6]: t_y
  - Ingreso del consumidor: $Y = rK^* + wL^* - t_y$
    - Donde:

$$\begin{cases} K^* = K_1 + K_2 + K_g \\ L^* = L_1 + L_2 + L_g \end{cases}$$

  - El nivel requerido del impuesto será: $t_y = T$
- *Impuesto al consumo*[7]: t_c
  - Con este impuesto el precio a nivel de productor y consumidor no será el mismo:
  - Q_1: precio del bien 1 a nivel del consumidor
  - $Q_1 = P_1 + t_c$

[6] Hay que distinguir entre un impuesto de suma fija (t_y) y un impuesto sobre la renta ($T_Y = t_y * \left[Y - \left(rK^* + wL^* + \pi_1 + \pi_2 \right) \right]$).

[7] Hay que distinguir los impuestos que se agregan por unidad consumida del bien ($Q_1 = P_1 + t_c$), del impuesto que se genera en función del gasto que se realiza en el bien ($Q_1 = P_1 * (1 + t_c)$).

- Arancel a las importaciones[8]: t_M
  - Con el arancel el precio interno y externo se distorsionan.

$$P_2 = FP_{W_2} + t_M$$

- Si se incluyen todos los tipos de impuesto en la economía:

$$\boxed{T = t_y + t_c C_1 + t_M M}$$

- En la construcción de un modelo se puede experimentar con diferentes políticas impositivas, de subsidios (impuestos negativos) o de gasto.
- Se podría, por ejemplo, construir un modelo donde t_c y t_M son variables exógenas y t_Y es una variable endógena. Es decir, el impuesto de suma fija se ajusta para equilibrar el presupuesto.

2. Modelo específico de Equilibrio General con una Economía Abierta y con Sector Público:

- El sector público produce un solo tipo de bien (2).
- Existen los tres tipos de impuestos.
  - t_c y t_M están determinados exógenamente.
  - t_Y esta determinado endógenamente.
  - El bien 1 es objeto de un impuesto a su consumo.
- Hay rendimientos constantes a escala.

Mercado de Bienes:

- Demanda de bienes:

$$\begin{cases} C_1 = C_1(Q_1, P_2, Y) & (1) \\ C_2 = C_2(Q_1, P_2, Y) & (2) \end{cases}$$

- Precios unitarios:

$$\begin{cases} P_1 = rk_1 + wl_1 & (3) \\ P_2 = rk_2 + wl_2 & (4) \\ Q_1 = P_1 + t_c & (5) \end{cases}$$

- Equilibrio Mercado de Bienes:

---

[8] Hay que distinguir entre un arancel que se fija sobre la cantidad importada $T_M = t_M * M$ o exportada de un arancel que se fija sobre el valor de lo que se importa $T_M = t_M * \left(FP_{W_2} * M\right)$ o exporta.

$$\begin{cases} C_1 = X_1 - E & (6) \\ C_2 = X_2 + G_2 + M & (7) \end{cases}$$

Mercado de Factores:

- Demanda Factores Sector Privado:

$$\begin{cases} k_1 = k_1(r,w) & (8) \\ K_1 = k_1 X_1 & (9) \\ k_2 = k_2(r,w) & (10) \\ K_2 = k_2 X_2 & (11) \\ l_1 = l_1(r,w) & (12) \\ L_1 = l_1 X_1 & (13) \\ l_2 = l_2(r,w) & (14) \\ L_2 = l_2 X_1 & (15) \end{cases}$$

- Equilibrio mercado de factores:

$$\begin{cases} K_1 + K_2 + K_g = K^* & (16) \\ L_1 + L_2 + L_g = L^* & (17) \end{cases}$$

Ingreso del Consumidor:

$$Y = rK^* + wL^* - t_y \qquad (18)$$

Sector Público:

- Ingreso por producción:

$$G = P_1 G_1 + P_2 G_2 - rK_g - wL_g \quad (19)$$

- Ingreso por tributación:

$$T = t_y + t_c C_1 + t_M M \quad (20)$$

- Restricción Presupuestaria:

$$G + T = 0 \quad (21)$$

Sector Externo:

- Ecuaciones de precios:

$$\begin{cases} P_1 = F \;\; Pw_1 & (22) \\ P_2 = F \;\; Pw_2 + t_M & (23) \end{cases}$$

Restricción de Balanza de Pagos:

$$Pw_1 E - Pw_2 M = 0 \quad (24)$$

Variables endógenas (20):

$$\begin{cases} C_1, C_2, X_1, X_2 \\ K_1, K_2, k_1, k_2, L_1, L_2, l_1, l_2 \\ Y, E, M, G, T, t_y \\ P_1, Q_1, P_2, w, r, F \end{cases}$$

Variables exógenas:

$$K^*, L^*, Pw_1, Pw_2, G_2, K_g, L_g, t_c, t_M$$

Las preferencias

La tecnología

- Nota: En estos modelos el ahorro, la inversión y el endeudamiento han sido excluidos ya que no se están considerando los aspectos intertemporales.
- Nota: En un modelo con un solo consumidor tampoco consideramos los problemas distributivos, La atención ha sido colocada en la asignación de los recursos.
- Nota: Los problemas inflacionarios tampoco se han analizado ya que no se ha incluido el dinero ni el mercado monetario

Anexo I: Estructura de ingresos y gastos del Gobierno

Ingresos Fiscales Ordinarios

Ingresos Fiscales Petroleros

- Impuesto sobre la Renta
- Regalías
- Impuestos indirectos
- Otros

Ingresos Fiscales No Petroleros

- Impuesto sobre la Renta
- Impuesto al Valor Agregado
- Impuestos al consumo
  - A los cigarrillos
  - A la gasolina
  - Otros
- Aranceles
- Ingresos por tarifas y servicios públicos
- Otros

Gastos

Gastos Corrientes

- Bienes y servicios no factoriales
- Sueldos y salarios
- Intereses de deuda pública
- Transferencias corrientes
  - Situado constituciones
  - Otras transferencias y subsidios

Gastos de capital

- Inversión
- Transferencias de capital
  - Situado constitucional
  - Otras transferencias y subsidios

Déficit financiero o fiscal

Necesidades de financiamiento

Deuda interna neta

Deuda externa neta

Otros ingresos extraordinarios

Privatizaciones

Utilidades cambiarias

Dividendos

Utilización de ahorro de Tesorería

Otros ingresos extraordinarios

Otros conceptos:

Déficit Primario

Déficit Fiscal No Petrolero

Déficit Primario No Petrolero

Tema 6a: Existencia, Unicidad y estabilidad del MEGC

1. Introducción

- Trataremos varios problemas asociados al tema del equilibrio general:
  - **Existencia** del equilibrio
  - **Unicidad** de la solución de equilibrio
  - **Estabilidad** del sistema de equilibrio
  - **Eficiencia y bienestar** en un sistema competitivo

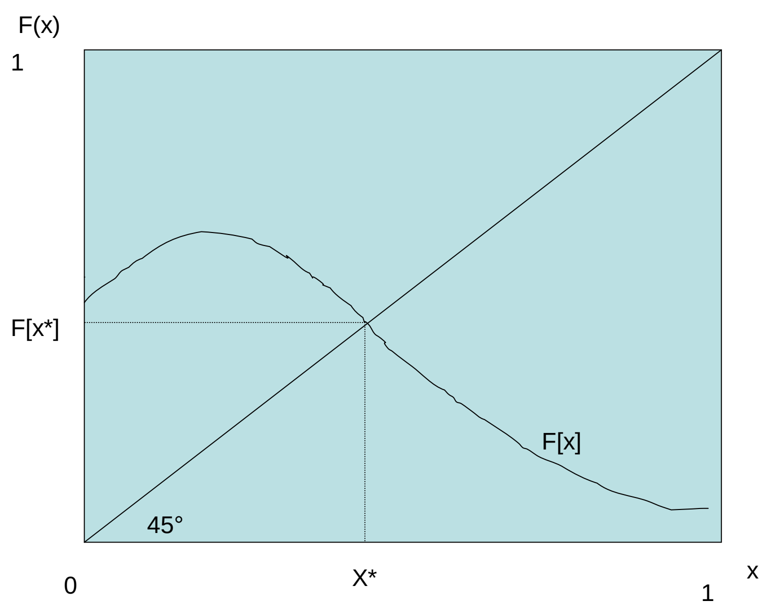
2. Existencia del equilibrio

- La **existencia** establece que los mercados competitivos son instituciones que permiten la **coordinación de la actividad económica** en un mundo en el que cada agente persigue sus propios intereses.
- ¿De qué serviría desarrollar complejas teorías del funcionamiento de un equilibrio competitivo si éste normalmente no existiera?
- ¿Cómo sabemos que hay un conjunto de precios al que la demanda es igual a la oferta en todos los mercados? Especialmente cuando no tenemos formulas explícitas para las funciones de demanda que nos permitan hallar los precios de equilibrio.
- La existencia del equilibrio competitivo es importante para comprobar la coherencia de los diferentes modelos.
- No es suficiente con probar que el número de ecuaciones independiente y el número de incógnitas son iguales para garantizar una solución de equilibrio general.
- Hay una serie de instrumentos matemáticos (Teoremas de punto fijo etc.) para derivar las condiciones bajo las cuales se garantiza que exista una solución de equilibrio.
- El supuesto esencial, no el único, para la existencia del equilibrio es el de que la función de excedente de demanda agregada sea una función continua (que las pequeñas variaciones en los precios provoquen pequeñas variaciones en la demanda agregada).
- Para que las funciones de demanda agregada sean continuas se requiere:
  - *Condición I*: Que las funciones de demanda individual sean continuas (pequeñas variaciones en los precios provoquen pequeñas variaciones en las cantidades demandadas). Esto exige que las preferencias sean convexas.
  - *Condición II*: Aun cuando las funciones de demanda de los consumidores sean discontinuas, la función de demanda agregada es continua si todos los consumidores son pequeños en relación con las dimensiones del mercado.
- Esta última es la condición más importante ya que la competencia supone muchos agentes, individualmente pequeños.
- De esta manera el propio supuesto de la competencia garantiza que exista al menos una solución de equilibrio y con ello que la teoría del equilibrio no esté vacía de contenido.

3. Ejemplo de una prueba matemática para mostrar la existencia de precios de equilibrio en un modelo de intercambio puro.

Teorema de Brouwer:

- Toda aplicación continua [*F(x)*] de un conjunto convexo, acotado y cerrado tiene al menos un punto fijo *(x*)* tal que *F(x*) = x**
  - Una función es una aplicación.
  - F no debe tener huecos (debe ser continua).
  - Si se traza una línea entre dos puntos cualesquiera del conjunto esta no se sale del conjunto (convexo).
  - El conjunto tiene un principio y un final (acotado).
  - El conjunto contiene sus puntos límites (cerrado).
- Supongamos *F(x)* es una función continua, definida en el intervalo [0,1] y que *F(x)* también toma valores en el intervalo [0,1], tal y como se plantea en TB, debe existir una *x** tal que *F(x*) = x**



- Cualquier función que sea continua debe cortar a la bisectriz en algún punto. Este punto de intersección es un punto fijo, ya que el valor que *F* asigna a este punto(*x**) es ese mismo punto.
- Hay que notar que *F* es una aplicación que se define en un subconjunto de un espacio n-dimensional (*S*) y si todo punto de *S* está relacionado (por medio de la regla *F*) con algún otro de *S*, se dice que *F* es una aplicación de *S* en sí mismo. Las aplicaciones

que se encuentran más frecuentemente en economía son las que relacionan un punto de un especio n-dimensional con algún otro de ese espacio n-dimensional.

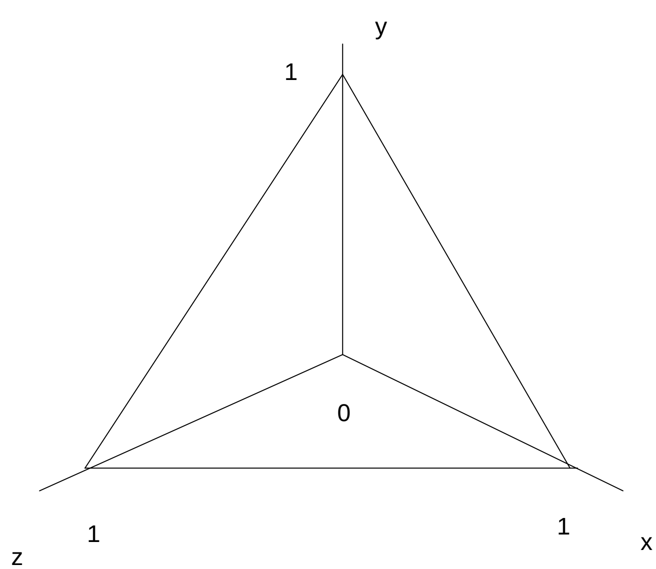
- En el gráfico F es una aplicación del intervalo [0,1] en sí mismo.

Para demostrar la existencia del EG utilizando TB:

- 1) Descripción del conjunto de puntos que estamos considerando:
  - La clave está en normalizar los precios relativos (definirlos en el intervalo [0,1]). Para ello se definen los precios relativos de manera que sumen 1.
  - Dado cualquier conjunto de precios ($P_1, P_2, \ldots, P_n$) podemos normalizar los precios relativos así:

$$P_i' = \frac{P_i}{\sum_{i=1}^{n} P_i} \quad ; \quad \sum_{i=1}^{n} P_i = 1$$

- Estos nuevos precios conservan sus valores relativos iniciales y suman 1. Así el conjunto viable de precios S está formado por todas las combinaciones posibles de n números no negativos que suman 1.
- Este conjunto S es al que podemos aplicar el TB. El conjunto S es cerrado, acotado y convexo.
- En tres dimensiones (tres bienes) el conjunto S sería un plano triangular cuyos vértices serían: (0,0,1), (0,1,0) y (1,0,0)



- 2) Formulación de una aplicación del conjunto de precios en sí mismo:

- Para aplicar TB, es necesario definir una aplicación continua de S en sí mismo que sea la adecuada. Esto es, que sea posible demostrar que el punto fijo dictado por el teorema es, en realidad, un conjunto de precios relativos de equilibrio.
- Recordar que para que haya equilibrio según Walras es condición necesaria que:
  - $ED_i(P'^*) = 0$ para $P_i'^* > 0$, para todo i
  - $ED_i(P'^*) \leq 0$ para $P_i'^* = 0$, para todo i (caso de bien libre)
- La función a utilizar se basa en la idea walrasiana de que, para alcanzar el equilibrio, los precios de los bienes de los que hay un exceso de demanda deben subir y cuando hay un exceso de oferta deben bajar. De aquí la aplicación *F(P´)*, tal que:

$$F_i(P') = P_i' + ED_i(P')$$

- Como ED son continuas => F es continua.
- Para garantizar que los P' no sean negativos, debe redefinirse la aplicación:

$$F_i(P') = Max[P_i' + ED_i(P')\ ,\ 0] \qquad \text{(sigue siendo continua)}$$

- Con el fin de garantizar que los precios calculados estén normalizados:

$$\sum_{i=1}^{n} F_i(P') = 1$$

Aplicación del TB

- F satisface las condiciones del TB ya que F es una aplicación continua de S en sí mismo => existe un punto P'^* al que le corresponde ese mismo punto. En ese punto se cumple:

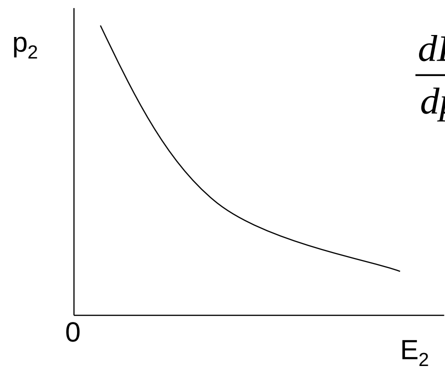
$$P_i'^* = Max[P_i'^* + ED_i(P'^*)\ ,\ 0]$$

- P'^* debe ser un conjunto de precios de equilibrio:
- Sí $P_i'^* > 0 \Rightarrow P_i'^* = P_i'^* + ED_i(P'^*) \Rightarrow ED_i(P'^*) = 0$
- Sí $P_i'^* = 0 \Rightarrow P_i'^* = P_i'^* + ED_i(P'^*) \leq 0 \Rightarrow ED_i(P'^*) \leq 0$
- Esto demuestra que el conjunto de funciones ED posee una solución de equilibrio formada por precios no negativos. El modelo es coherente ya que hay una solución.
- La propiedad de homogeneidad de grado cero en precios y la continuidad de las funciones de demanda es condición suficiente para generar este resultado.
- Para generalizar esta prueba a casos más complejos de oferta (competencia imperfecta, bienes públicos, externalidades, rendimientos crecientes etc.) y diferentes tipos de bienes (que difieren en el espacio, en el tiempo etc.) se requieren versiones más sofisticadas de teoremas de punto fijo que permitan tratar casos con más restricciones (Kakutani y otros).

4. La unicidad del equilibrio:

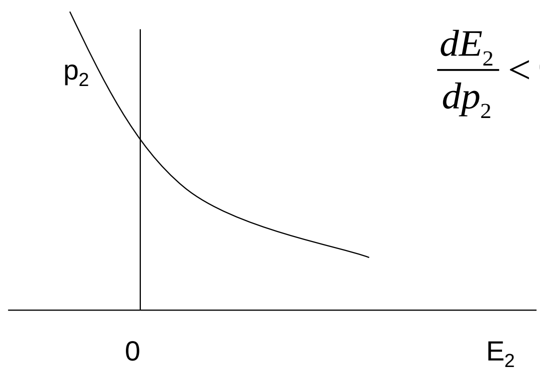
- Si los equilibrios son únicos podemos decir que los datos de partida de la economía determinan los precios de equilibrio.
- Si se puede probar que existe un único vector de precios de equilibrio podríamos predecir los nuevos precios de equilibrio que se derivarían de cambios en los datos básicos de la economía. (preferencias y distribución de la riqueza).
- La propiedad de la unicidad nos permitiría anticipar la evolución de la economía. En principio, en caso de que los mercados no conduzcan al equilibrio o que el proceso sea demasiado lento podríamos diseñar medidas de política económica conducentes a la obtención del equilibrio puesto que podríamos determinar con precisión cuál es el objetivo a alcanzar.
- Cuando una economía admite más de un vector de precios de equilibrio las posibilidades de predicción o intervención se complican. Ya no se podría determinar con precisión la evolución de la economía cuando cambian los datos de partida, salvo que conozcamos sus propiedades dinámicas con suficiente detalle como para saber que equilibrio prevalecerá. Además, habría que elegir cuál equilibrio es el mejor.
- Hay dos formas de concebir la unicidad. La más exigente: la **unicidad global**, requiere la existencia de un único vector de precios de equilibrio para toda la economía. La menos exigente: la **unicidad local**, requiere que los precios de equilibrio sean únicos localmente.
- La sustituibilidad bruta en la función de exceso de demanda garantiza la unicidad global, de existir un equilibrio. *La sustituibilidad bruta implica que, si las funciones de utilidad son continuas, estrictamente cuasicóncavas y monótonas y el precio de una mercancía sube, mientras que los demás permanecen inalterados, entonces aumenta el exceso de demanda de aquellas mercancías cuyos precios permanecen constantes.*
- Hay varias razones que hacen que suponer la sustituibilidad bruta sea muy *insatisfactorio*. La sustituibilidad bruta establece que una mercancía que se hace relativamente más barata verá aumentada su demanda neta agregada con independencia de cómo se relacione con las mercancías que se han encarecido. Considérense tres mercancías: café, azúcar y carne. Sea $P=(1,1,1)$, el vector de precios inicial y tomemos $P_1=(20,1,1)$. Si el consumo del azúcar está relacionado con el consumo del café cabría pensar que el consumo de ambos bienes se reduciría, mientras que la demanda de carne se incrementaría. La propiedad de la sustituibilidad bruta descarta esta posibilidad, puesto que supone que el consumo de azúcar debería incrementarse.
- La unicidad local es mucho más débil que la global. Si sabemos que el equilibrio se localiza en cierta región, podemos tratar a la economía como si tuviera un equilibrio único y determinar cuál será el vector de precios resultante.

Unicidad del Equilibrio: Casos posibles (modelo de dos bienes) (1/3)



$$\frac{dE_2}{dp_2} < 0$$

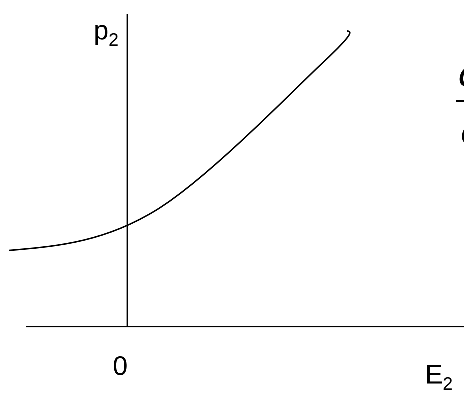
En este caso no existe equilibrio por ello no tiene sentido plantearse el problema de la unicidad



$$\frac{dE_2}{dp_2} < 0$$

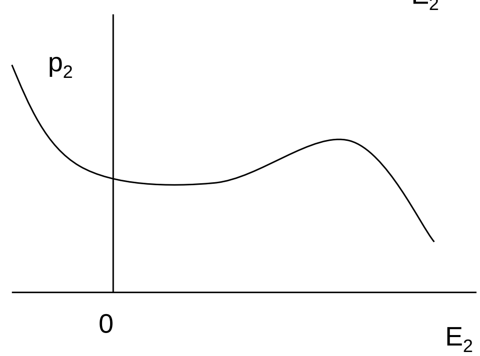
En este caso existe un equilibrio único que, además, es globalmente estable (se cumplen las condiciones de estabilidad de Hicks (sustituibilidad bruta))

Unicidad del Equilibrio: Casos posibles (modelo de dos bienes) (2/3)



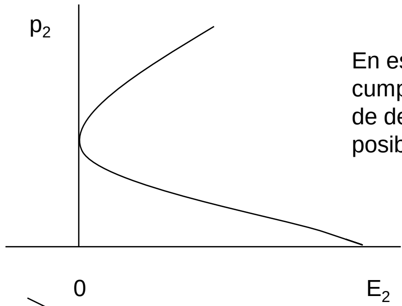
$$\frac{dE_2}{dp_2} > 0$$

En este caso existe un equilibrio único aunque inestable.

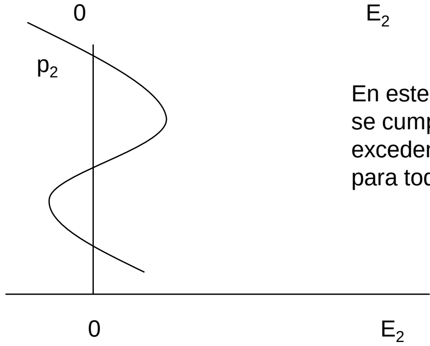


En este caso existe un equilibrio único aunque no se satisface la condición de que la función de excedente de demanda tenga siempre pendiente negativa.

Unicidad del Equilibrio: Casos posibles (modelo de dos bienes) (3/3)



En este caso hay un equilibrio único , pero no se cumple la condición de que la función de excedente de demanda tenga pendiente negativa para todo posible precio.



En este caso no hay un equilibrio único y tampoco se cumple la condición de que la función de excedente de demanda tenga pendiente negativa para todo posible precio.

5. Estabilidad del Equilibrio

- La **estabilidad** se refiere a como se alcanzan los precios de equilibrio, es decir cómo se determina la variación de los precios que conduce al equilibrio.
- La pregunta a responder sería: ¿El funcionamiento de los mercados competitivos conduce al equilibrio?
- Si existe un único precio de equilibrio, la dinámica de los precios debería explicarnos cómo evolucionan éstos hasta alcanzar sus valores de equilibrio cuando partimos de unos precios que no igualan la oferta y la demanda en todos los mercados.
- Cuando hay varios precios de equilibrio, el proceso dinámico debe explicar, *además*, hacia qué equilibrio se moverán los precios cuando partimos de una situación en que las ofertas y las demandas difieren.
- Hay dificultades analíticas asociadas a la formulación de un proceso dinámico. Especialmente las condiciones matemáticas que garantizan la convergencia de un proceso de ajuste a sus valores de equilibrio en un sistema con varias variables.
- Además, existen dificultades conceptuales que tienen que ver con dos problemas básicos:
- ¿Quién modifica los precios cuando estamos suponiendo que los agentes toman los precios como dados?
- ¿Cuál es el comportamiento de los agentes fuera del equilibrio?

6. Estabilidad estática: Ejemplo de perfecta estabilidad para el caso de tres mercados

- Suponiendo que el bien 1 es el numerario

- Asumiendo que las funciones de exceso de demanda vienen dadas por:

$$\begin{cases} E_2 = -2p_2 + 3p_3 - 5 \\ E_3 = 4p_2 - 8p_3 + 16 \end{cases}$$

- Análisis de la estabilidad en los mercados considerados aisladamente:

$$\frac{\partial E_2}{\partial p_2} = -2 < 0 \ ; \ \frac{\partial E_3}{\partial p_3} = -8 < 0$$

- Análisis de la estabilidad considerando todos los mercados en forma simultánea:

Mercado 2:

Paso 1: p_3 es rígido

$$\frac{dE_2}{dp_2} = -2 < 0$$

Paso 2: p_3 es flexible

Tomando diferenciales totales:

$$\begin{cases} dE_2 = \dfrac{\partial E_2}{\partial p_2} dp_2 + \dfrac{\partial E_2}{\partial p_3} dp_3 \\ dE_3 = \dfrac{\partial E_3}{\partial p_2} dp_2 + \dfrac{\partial E_3}{\partial p_3} dp_3 \end{cases}$$

Considerando que p_3 se ajusta manteniéndose el equilibrio en el mercado 3 (es decir $dE_3=0$):

$$\begin{cases} dE_2 = b_{22}dp_2 + b_{23}dp_3 \\ 0 = b_{32}dp_2 + b_{33}dp_3 \end{cases}$$

Escribiendo el sistema en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} b_{22} & b_{23} \\ b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp_2 \\ dp_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dE_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resolviendo por Cramer:

$$dp_2 = \frac{\begin{vmatrix} dE_2 & b_{23} \\ 0 & b_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} b_{22} & b_{23} \\ b_{32} & b_{33} \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} dE_2 & 3 \\ 0 & -8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -8 \end{vmatrix}} = \frac{-8dE_2}{16-12}$$

$$dp_2 = -2dE_2$$

$$\frac{dE_2}{dp_2} = -0,5 < 0$$

Mercado 3

Paso 1: p_2 es rígido

$$\frac{dE_3}{dp_3} = -8 < 0$$

Paso 2: p_2 es flexible

$$\frac{dE_3}{dp_3} = -2 < 0$$

Conclusión: el mercado es perfectamente estable

7. Estabilidad estática: caso de estabilidad imperfecta para tres mercados.

$$\begin{cases} E_2 = 2p_2 - 3p_3 + 5 \\ E_3 = 4p_2 + 8p_3 - 4 \end{cases}$$

Estabilidad en mercados aislados:

$$\frac{\partial E_2}{\partial p_2} = +2 > 0 \;;\; \frac{\partial E_3}{\partial p_3} = +4 > 0$$

Inestables aisladamente considerados.

Estabilidad global del sistema:

$$\frac{dE_2}{dp_2} = -1 < 0 \quad ; \quad \frac{dE_3}{dp_3} = -2 < 0$$

Sistema globalmente estable.

8. Estabilidad Dinámica

- Caso de dos mercados

$$\text{Demanda}\begin{cases} x_1 = x_1^d(p_1, p_2) \\ x_2 = x_2^d(p_1, p_2) \end{cases}$$

$$\text{Oferta}\begin{cases} x_1 = x_1^s(p_1) \\ x_2 = x_2^d(p_2) \end{cases}$$

- Se está suponiendo un ingreso constante
- Asumiendo que existe un vector de precios de equilibrio $(p_1^e; p_2^e)$

$$\begin{cases} E_1(p_1^e, p_2^e) = x_1^d(p_1^e, p_2^e) - x_1^s(p_1^e) = 0 \\ E_2(p_1^e, p_2^e) = x_2^d(p_1^e, p_2^e) - x_2^s(p_2^e) = 0 \end{cases}$$

- Para precios de desequilibrio, las trayectorias de precio serían:

$$\begin{cases} \dfrac{dp_1}{dt} = g_1(E_1(p_1, p_2)) \\ \dfrac{dp_2}{dt} = g_2(E_2(p_1, p_2)) \end{cases}$$

- Esto puede ser aproximado por:

$$\begin{cases} \dfrac{dp_1}{dt} = g_1'(E_{11}(p_1 - p_1^e) + E_{12}(p_2 - p_2^e)) \\ \dfrac{dp_2}{dt} = g_2'(E_{21}(p_1 - p_1^e) + E_{22}(p_2 - p_2^e)) \end{cases}$$

- Donde: g_i' se asumen que son coeficientes de ajuste constantes (k_1 y k_2).
- Hay que recordar que $E_{ij} = \dfrac{\partial E_i}{\partial p_i}$
- Sí definimos las desviaciones de los precios: $\begin{cases} p_1^* = p_1 - p_1^e \\ p_2^* = p_2 - p_2^e \end{cases}$

Y como $\dfrac{dp_i^e}{dt} = 0$

- El sistema puede rescribirse como:

$$\begin{cases} \dfrac{dp_1^*}{dt} = k_1 E_{11} p_1^* + k_1 E_{12} p_2^* \\ \dfrac{dp_2^*}{dt} = k_2 E_{21} p_1^* + k_2 E_{22} p_2^* \end{cases}$$

- Encontrando una solución general de estas ecuaciones:

$$p_i^* = A_i e^{\lambda t} \rightarrow \frac{dp_i^*}{dt} = \lambda A_i e^{\lambda t} = \lambda p_i^*$$

- Sustituyendo y reordenando:

$$\begin{cases} \lambda p_1^* = k_1 E_{11} p_1^* + k_1 E_{12} p_2^* \\ \lambda p_2^* = k_2 E_{21} p_1^* + k_2 E_{22} p_2^* \end{cases}$$

Reordenando términos:

$$\begin{cases} (k_1 E_{11} - \lambda) p_1^* + k_1 E_{12} p_2^* = 0 \\ k_2 E_{21} p_1^* + (k_2 E_{22} - \lambda) p_2^* = 0 \end{cases}$$

- Expresando en forma matricial el sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} k_1 E_{11} - \lambda & k_1 E_{12} \\ k_2 E_{21} & k_2 E_{22} - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1^* \\ p_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Estas son ecuaciones lineales con 2 incógnitas (p_1^*, p_2^*)

- Como el lado derecho es *0*, la solución de estas ecuaciones puede existir sólo sí el determinante del sistema es *0*. Es decir:

$$\begin{bmatrix} k_1 E_{11} - \lambda & k_1 E_{12} \\ k_2 E_{21} & k_2 E_{22} - \lambda \end{bmatrix} = 0$$

- Este determinante será *0* dependiendo de los valores de λ .

- Resolviendo el determinante para λ (**ecuación característica**) (que en este caso por ser dos mercados es una ecuación cuadrática):

$$\lambda^2 - (k_1 E_{11} + k_2 E_{22})\lambda + k_1 k_2 (E_{11} E_{22} - E_{12} E_{21}) = 0$$

- A partir de esta ecuación se obtienen las raíces características (en este caso 2):

$$\begin{cases} \lambda_1 = a + b_i \\ \lambda_2 = a - b_i \end{cases}$$

- Si las raíces no son iguales, la solución general del diferencial es:

$$p_i^*(t) = A_{i1}e^{\lambda_1 t} + B_{i2}e^{\lambda_2 t} \quad ; \quad i = 1,2$$

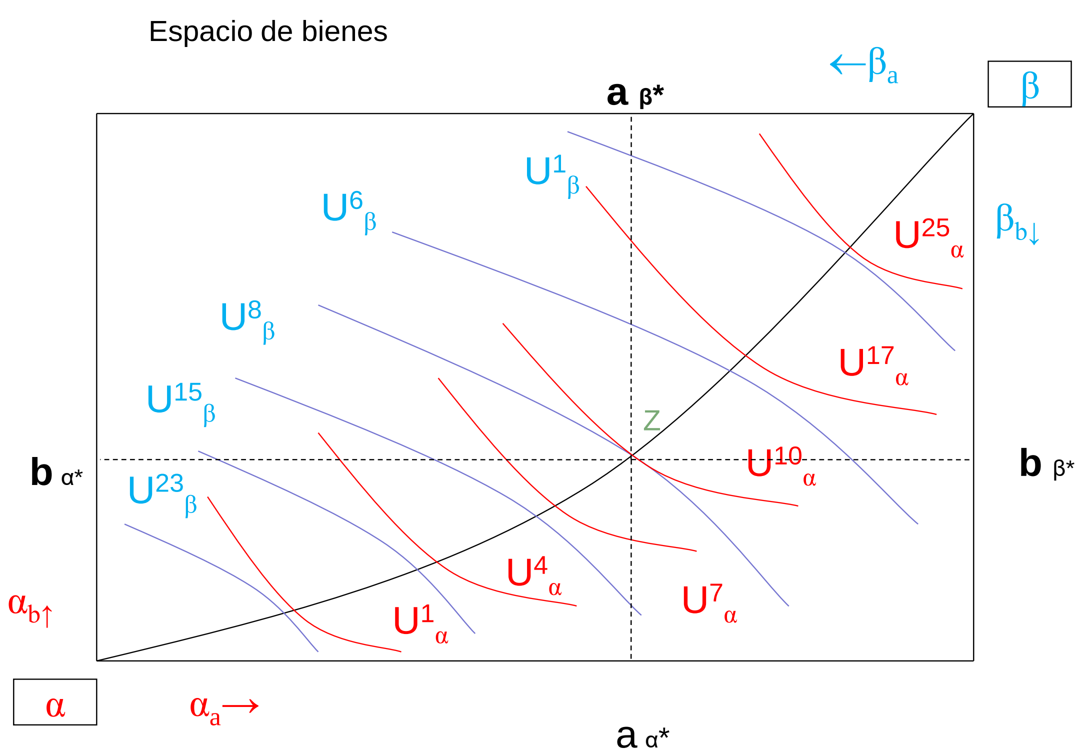
- La estabilidad supone $\lim_{t \to \infty} p_t = p^e$ o $\lim_{t \to \infty} p_t^* = 0$
- Habrá estabilidad dinámica si las raíces (λ_1 y λ_2) son números reales negativos.
- Si las raíces son números complejos, habrá estabilidad dinámica si la parte real de las raíces es negativa.
-

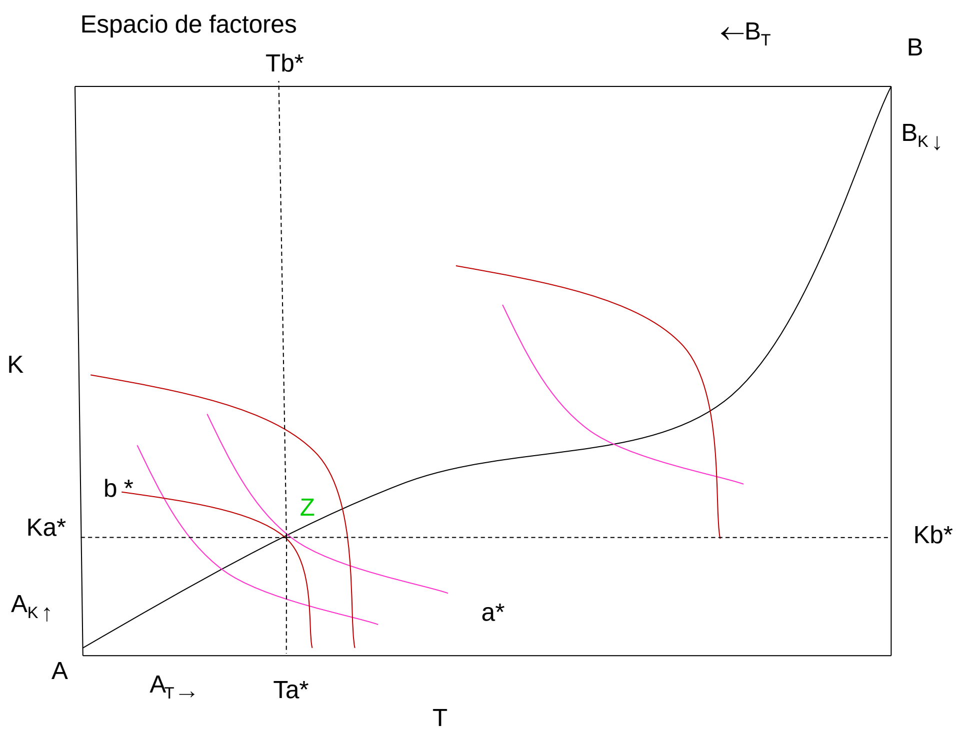
•

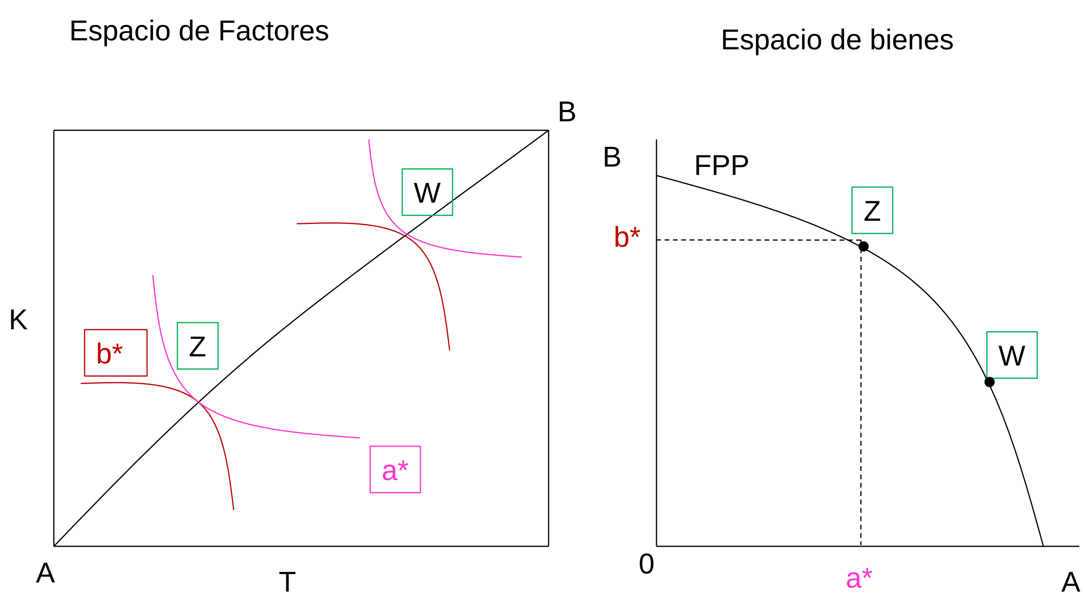
Tema 6b: Eficiencia y Economía del Bienestar

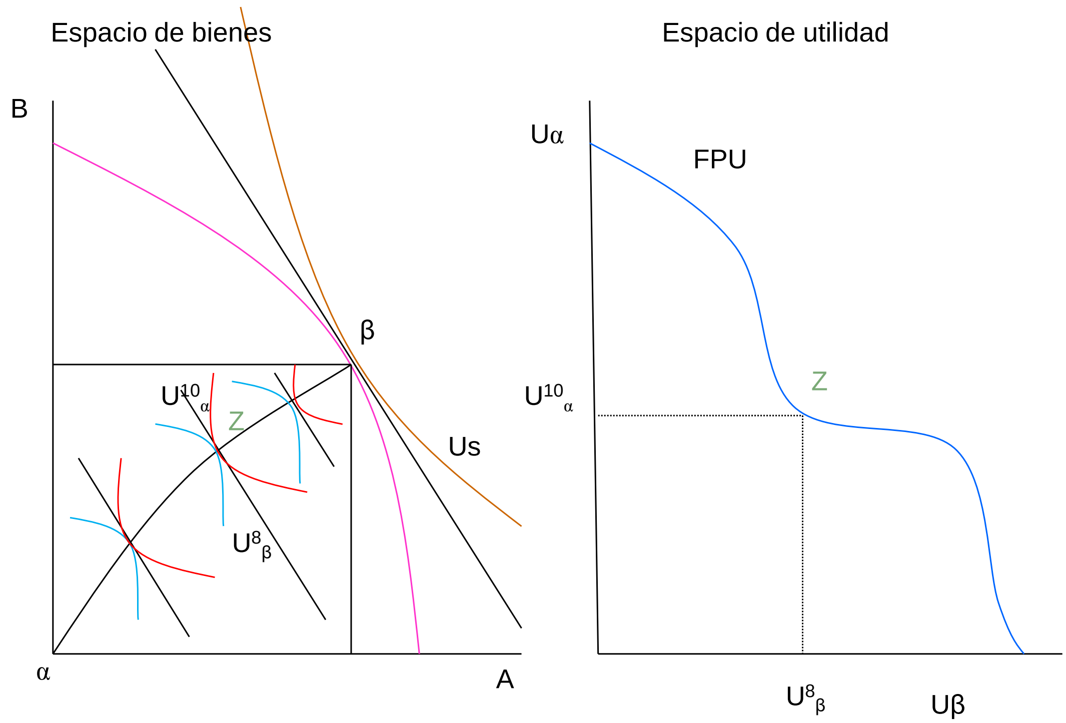
1. Eficiencia y bienestar:

- ¿Son socialmente deseables las asignaciones de recursos que generan los equilibrios competitivos?
- Una asignación factible es Pareto óptima si no existe ninguna otra asignación factible en la que todos los consumidores estén mejor.
- Toda asignación de equilibrio es eficiente en el sentido de Pareto (*Primer Teorema del Bienestar*).
- Cualquier asignación Pareto eficiente puede obtenerse como un equilibrio competitivo mediante apropiadas transferencias de riqueza entre los consumidores (*Segundo Teorema del Bienestar*).

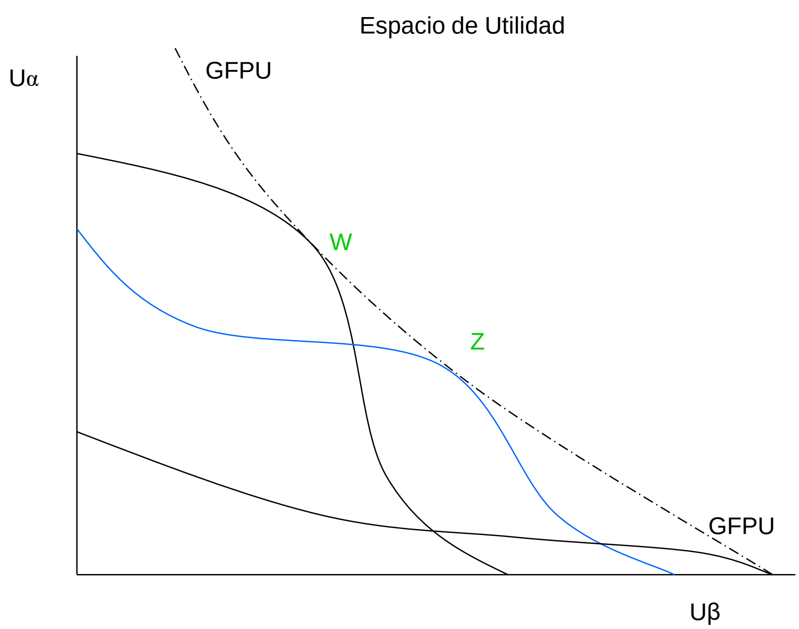



Espacio de factores
Tb*
←B_T
B
B_K↓
K
b *
Z
Ka*
Kb*
A_K↑
a*
A
A_T→
Ta*
T


Espacio de Factores
Espacio de bienes
B
W
K
b*
Z
a*
A
T
B
FPP
Z
b*
W
0
a*
A



Espacio de bienes
B
β
U10α
Z
U8β
Us
α
A
Espacio de utilidad
Uα
FPU
Z
U10α
U8β
Uβ



Espacio de Utilidad
Uα
GFPU
W
Z
GFPU
Uβ

- El criterio de Pareto constituye *un requisito mínimo de deseabilidad.* Establece que una situación es mejor que otra cuando todos los agentes la prefieren. Esto es un requisito muy débil. Las limitaciones que este criterio tiene son:
    - No permite establecer comparaciones entre situaciones en las que algunos individuos están mejor y otros peor. La mayor parte de las medidas de política económica afectan en forma diferente a los agentes, de modo que con el criterio de Pareto no podemos evaluar la mayor parte de las acciones de la autoridad económica.
    - La información que proporciona el criterio es muy limitada. El conjunto de asignaciones Pareto eficientes puede ser muy amplio sin que podamos discriminar entre situaciones muy dispares en lo relativo a la distribución del bienestar.
    - El bienestar social se valora únicamente en función de las preferencias de los individuos, sin embargo, el criterio individual no es el único que existe. Puede haber otros criterios para juzgar un resultado específico.

2. Primer teorema del bienestar:

- Un equilibrio competitivo determina una asignación Pareto eficiente.
- El teorema sólo requiere el axioma de no saciabilidad local, no requiere todos los supuestos que se necesitan para demostrar la existencia del equilibrio.
- Hay que tener en cuenta que:
    - Lo que dice el teorema es que todo equilibrio competitivo será un óptimo de Pareto, sin que las condiciones del mismo garanticen que un equilibrio exista.
    - Cuando no se verifican los supuestos de la competencia, los equilibrios competitivos pueden no resultar Pareto óptimos.
    - Hay múltiples soluciones de equilibrio Pareto eficientes. Cuál de estas soluciones se alcanza depende en buena medida de la distribución inicial de la riqueza y la capacidad de negociación de los agentes involucrados. Es decir, *la distribución del bienestar resultante es un reflejo de la distribución de oportunidades de la que se parte* (la estructura de la propiedad y el capital humano)

3. Segundo teorema del Bienestar:

- Es posible modificar las condiciones iniciales para garantizar una distribución del bienestar predeterminada.
- Toda asignación Pareto eficiente puede ser alcanzada como un equilibrio competitivo, con tal de redistribuir convenientemente la riqueza de los agentes.

- Desde esta perspectiva las dotaciones iniciales dejan de ser datos y pasan a convertirse en variables. Modificando las condiciones iniciales y *dejando que el mercado coordine las acciones de los agentes*, en principio, se puede conciliar la eficiencia con la equidad (siempre y cuando no existan fallas de mercado).

4. Supuestos del Primer Teorema

- Los consumidores persiguen sus propios intereses
- No hay externalidades y bienes públicos
- Todos tienen perfecta información
- No hay rendimientos crecientes en la producción
- Las empresas y los consumidores son tomadores de precios

5. Supuestos Segundo Teorema

- Ídem
- Los consumidores tienen tasas marginales de substitución decrecientes (las curvas de indiferencia son convexas).

6. Critica al uso de los teoremas del bienestar

- La definición de eficiencia paretiana no admite grados. Una asignación es eficiente o no lo es.
- Una asignación Pareto eficiente no puede ser más eficiente que otra asignación Pareto eficiente.
- Una asignación Pareto eficiente per-se no es buena ni mala, deseable o indeseable.
- Se piensa comúnmente que cualquier asignación si es Pareto eficiente es mejor que una que no lo es, independientemente de si es o no deseable en términos distributivos.
- Los supuestos del primer teorema son suficientes para que una asignación sea eficiente pero no son necesarias. Es incorrecto concluir que una economía que no satisface los supuestos del primer teorema sea necesariamente ineficiente.

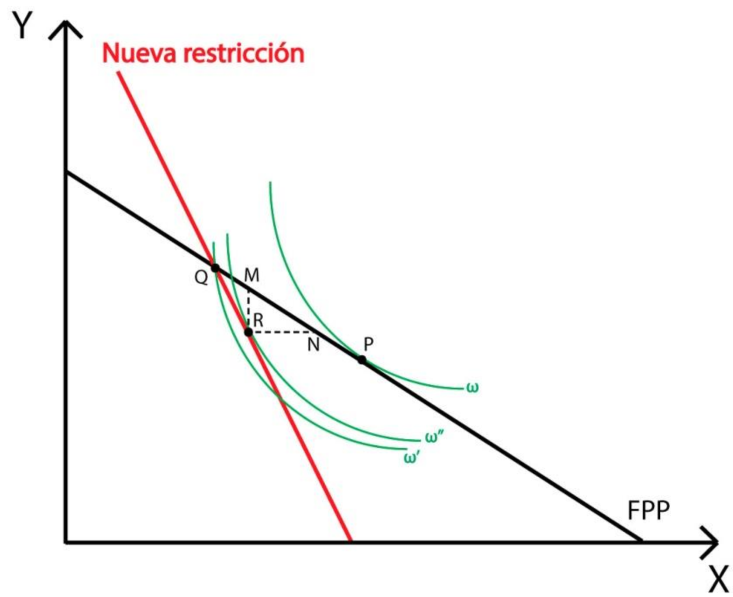
En síntesis:

- ¿Es óptima la asignación de equilibrio producida por un mecanismo de mercado?
- Los juicios de bienestar requieren llevar a cabo comparaciones entre pares de asignaciones, en cuanto si una asignación es mejor que, o tan buena como, otra.

- El criterio más ampliamente utilizado para evaluar las asignaciones de recursos es la eficiencia en el sentido de Pareto. Pero la eficiencia en el sentido de Pareto proporciona una *ordenación incompleta del bienestar*, dado que no puede clasificar todos los pares de asignaciones.
- Una asignación eficiente en el sentido de Pareto tiene la propiedad de que no existe ninguna otra asignación factible en la que mejore la situación de algún agente y ningún otro agente esté en peor situación.
- El criterio de eficiencia en el sentido de Pareto no está libre de juicios de valor. Este incorpora, implícitamente, un conjunto de juicios de valor que hay que tener en cuenta:
  - *Independencia del proceso:* se asume que no importa el proceso mediante el cual se alcanza una determinada asignación. Muchos podrían argumentar que un mecanismo de asignación de recursos (un mercado o una economía centralmente planificada) no debería juzgarse únicamente por las asignaciones que produce.
  - *Individualismo:* Según Pareto, el único aspecto relevante de una asignación es su efecto sobre las utilidades de los individuos en la sociedad. No importa, por ejemplo, si un producto determinado se produce en una empresa grande o en muchas pequeñas, en empresas públicas o privadas. Pero, en la práctica, la organización de la producción puede afectar el bienestar de los agentes.
  - *No paternalismo:* se supone que los individuos son los mejores jueces de su propio bienestar. Pero muchas personas no estarían dispuestas a respetar, por ejemplo, las preferencias individuales de los consumidores de drogas.
  - *Benevolencia:* Un aumento de la utilidad de cualquier agente se considera una mejora. Esto no es universalmente aceptado. El aumento del bienestar de un individuo muy rico, en una comunidad donde hay muchos pobres, puede que la mayoría no lo consideraría una mejora del bienestar general.
- El criterio de Pareto es poderoso e intuitivo para clasificar asignaciones, pero, incluso, si aceptamos los juicios de valor que supone, presenta el inconveniente de que no produce una ordenación de las asignaciones **completas:** las asignaciones eficientes no las podemos comparar, a menos que introduzcamos otros juicios de valor (mayor información y otras restricciones). Se requerirá, por tanto, de una **Función de Bienestar Social**.
- ¿Qué pasa si una economía satisface uno de los supuestos que garantizan la eficiencia y no otros? En este caso, la teoría no dice nada sobre la eficiencia de la economía. Si se hacen correctivos para reducir las imperfecciones esto no quiere decir que se ha ganado en eficiencia (Teorema del Segundo Óptimo o "Second Best").

7. Teorema del Segundo Óptimo

- Lipsey y Lancaster, 1956.
- El teorema establece: *si se introduce una restricción en un sistema de equilibrio general de tal manera que no se puede cumplir con alguna de las condiciones de Pareto, las otras condiciones de Pareto dejan de ser deseables.*

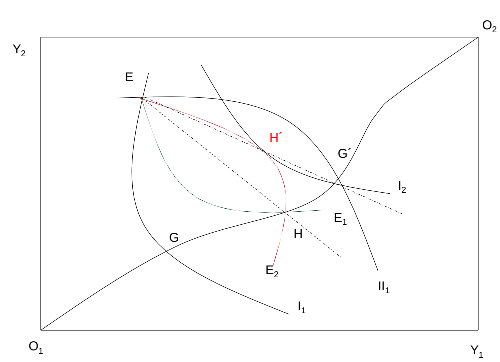


- **R** es una solución de segundo óptimo. Todos los puntos en el segmento MN son técnicamente más eficientes que R pero no son alcanzables. Q podría ser una opción, ya que está sobre la FPP y sobre la nueva restricción, pero R es más conveniente, aunque suponga imperfecciones en la economía.
- "Lipsey y Lancaster descubrieron que es posible que un país funcione mejor con una mayor cantidad de restricciones e interferencias estatales, que sin ellas. O sea que bien podría ser necesaria una muy intensa actividad estatal en la economía para que todo funcione mejor.
- Como consecuencia directa de ello, reaparecen en el centro de la escena temas como aranceles a la importación de bienes, subsidios a la exportación y a determinados sectores sociales, impuestos diferenciales, restricciones al movimiento de capitales, regulaciones financieras, etcétera".

Comentarios sobre el Teorema del Segundo Óptimo:

- Para que se cumpla la eficiencia de Pareto debe igualarse el precio al costo marginal para todos los bienes.

- Puede ocurrir que alguna condición de Pareto no se cumpla, produciéndose una diferencia entre el precio y el costo marginal en algún o algunos sectores.
- Si bien en estas condiciones no se puede alcanzar el óptimo de Pareto si se puede alcanzar un óptimo de segundo orden.
- Este óptimo sólo se puede alcanzar ***introduciendo diferencias en los precios con respecto a los costos marginales en los sectores relacionados con el afectado por la imperfección, aunque en esos sectores no se presenten imperfecciones.***
- Por ejemplo, un impuesto sobre un bien aumenta el precio, que será mayor que el costo marginal, desapareciendo la eficiencia en este sector y afectándola, también, en los sectores relacionados.
- La proposición del teorema es: si alguna condición de Pareto no se cumple, no es necesario ni deseable que se cumplan las otras condiciones. Por ello los precios en los sectores relacionados deberían distanciarse también de los costos marginales, si es que se quiere minimizar los efectos sobre la eficiencia de la economía.
- Otro ejemplo:
  - Suponiendo que la empresa 1 es monopolista y fija el precio. La empresa 2, que se mueve en un mercado competitivo, acepta el precio fijado por el monopolista.
  - La empresa 1 podrá variar y fijar el precio buscando maximizar su beneficio, teniendo en cuenta la curva de intercambio EE_2.
  - La empresa 1 fijará la razón de precios de tal forma que la CI más alta a la que puede aspirar sea tangente a la curva de intercambio de la empresa 2 en H´.
  - El punto H es el equilibrio Paretiano de competencia perfecta. H´ es el equilibrio de segundo óptimo. La relación de precios es distinta. La empresa 1 y la empresa 2 mejoran con respecto a la situación inicial (E). Pero no en las mismas proporciones. En H´, *los precios no son iguales a los costos marginales en ninguno de los dos sectores*



- En resumen, el teorema del "second best" enuncia que si una economía presenta fallas de mercado no puede alcanzar un *OP* y no se puede determinar a priori que nivel de regulaciones e intervenciones estatales se necesitan para que la economía funcione mejor. Es decir, es posible que un país funcione mejor con una mayor cantidad de restricciones e interferencias estatales que sin ellas.
- Otro ejemplo: el caso de un monopolio petrolero que además contamina el ambiente. Suponiendo que no se pueda hacer nada en materia de contaminación. El gobierno podría eliminar el monopolio y forzar a que la industria se torne competitiva. El problema es que la competencia puede incrementar la producción y con ello la contaminación. Esto podría empeorar la situación en términos de bienestar.
- Desde la perspectiva de la eficiencia, la política gubernamental óptima en el caso de una economía en competencia perfecta será no intervenir en lo absoluto (laissez-faire). En el caso de una economía abierta esto significa libre cambio. Cualquier tipo de impuesto o subsidio en estas circunstancias reducirá la eficiencia económica y el bienestar social. Con una política de laissez-faire y libre cambio el equilibrio resultante será de primer óptimo (first best). Pero las cosas se modifican sustancialmente cuando hay imperfecciones en una economía. Esto implica que en ocasiones haya que aceptar que algunos fallos en lograr las condiciones de optimalidad existen para prevenir otros problemas potencialmente peores. Es también posible que tratar de corregir una falla producirá consecuencias imprevistas, lo que nuevamente dificultará la obtención del optimo
- Muchos tipos de política pueden ser aplicadas para tratar de corregir una misma imperfección. El gobierno puede aplicar impuestos, subsidios o restricciones cuantitativas. Estas medidas se pueden aplicar tanto a los productores como a los consumidores o por la utilización de factores productivos. Algunas veces se aplican simultáneamente dos o más de estas políticas en el mismo mercado.
- La política ideal u óptima para lidiar con una determinada imperfección se le conoce como *política de primer óptimo* ("first-best policy"). La política óptima será aquella que incremente el bienestar o la eficiencia lo mayor posible (que producen un óptimo de segundo orden en términos de bienestar). Pero muchas otras políticas que incrementan el bienestar pueden ser aplicadas, aunque no sean una política óptima. A estas se les llama políticas de segundo óptimo. Muchas veces las políticas de "first-best" no se pueden aplicar porque no son viables política o socialmente.

8. Teorema de la Imposibilidad de Arrow

- La eficiencia en el sentido de Pareto no dice nada sobre la distribución del bienestar entre los agentes.

- La eficiencia en el sentido de Pareto es un objetivo deseable, pero hay muchas asignaciones eficientes en el sentido de Pareto ¿Puede establecerse algún criterio para elegir alguna asignación en especial?
- ¿Se puede hablar de *preferencias sociales*?
- *¿Cómo se suman las preferencias de cada consumidor para construir algún tipo de preferencias sociales?*
- Siempre estamos asumiendo que las preferencias individuales son transitivas. Pero ahora hay que suponer que las preferencias del individuo no sólo se definen en relación a su propia cesta de bienes sino con relación a la totalidad de bienes de los consumidores: al consumidor le interesa lo que tienen los demás.

Nota: supuestos sobre las preferencias: (axiomas de la teoría del consumidor)

Completas: Se supone que es posible comparar dos cestas cualesquiera. Es decir, dada cualquier cesta *X* y cualquier cesta *Y*, suponemos que $(X_1, X_2) \geq (Y_1, Y_2)$ o $(X_1, X_2) \leq (Y_1, Y_2)$ o las dos cosas, en cuyo caso, el consumidor es indiferente entre las dos cestas.

Reflexivas: Se supone que cualquier cesta es al menos tan buena como ella misma: $(X_1, X_2) \geq (X_1, X_2)$

Transitivas: Si $(X_1, X_2) \geq (Y_1, Y_2)$ y $(Y_1, Y_2) \geq (Z_1, Z_2)$ suponemos que $(X_1, X_2) \geq (Z_1, Z_2)$. En otras palabras, si el consumidor piensa que la cesta X es al menos tan buena como la *Y* y que la *Y* es al menos tan buena como la *Z*, piensa que la *X* es al menos tan buena como la *Z*.

- El axioma de la completitud es difícilmente criticable para el caso de los fenómenos económicos. Aunque se pueden imaginar situaciones extremas donde no es posible ordenar las preferencias (elecciones de vida o muerte).
- El axioma de reflexividad es trivial.
- El axioma de transitividad plantea más problemas. Las preferencias no tienen que tener necesariamente esta propiedad. Es una hipótesis no una afirmación lógica, pero es una descripción razonablemente exacta del comportamiento de los individuos. Si las preferencias no fueran transitivas, podría haber un conjunto de cestas tal que ninguna de las elecciones fuera mejor.

9. Métodos de agregación o elección y problemas de agenda:

- Sea x una determinada asignación o cesta (cantidad que obtiene el individuo de cada bien). El individuo se supone que puede comparar cualquier par de asignaciones.
- Dadas las preferencias de todos los agentes sería deseable contar con un instrumento que nos permita agregarlas y derivar la *preferencia social*.
- Una posibilidad es recurrir a algún tipo de votación y basarnos en la regla de la mayoría: x se prefiere socialmente a y si los prefiere la mayoría.
- Pero el *método de la mayoría* tiene un problema: puede generar una ordenación no transitiva de las preferencias sociales:

$$\begin{array}{ccc} A & B & C \\ x & y & z \\ y & z & x \\ z & x & y \end{array}$$

- Una mayoría prefiere x a y, otra mayoría prefiere y a z, otra mayoría prefiere z a $x \Rightarrow$ no puede decirse cuál de las opciones es mejor. *El resultado que se elija dependerá de la manipulación del orden en que se realice la votación (**manipulación de agenda**).*
- Si se aplica el *método de votación mediante ordenaciones*: cada agente ordena los bienes de acuerdo a sus preferencias y asigna un número de acuerdo al orden, luego se suman las puntuaciones y se elegirá socialmente aquella opción que tenga el menor puntaje: si solo hay dos agentes (A y B) y primero consideramos solo dos opciones (x e y)$\Rightarrow$ ambas opciones empatarían a 3. Si se introduce la opción z. En este caso y (3) sería preferida a x (4) $\Rightarrow$*el resultado puede ser alterado manipulando el número de opciones (**manipulación de opciones**).*

¿Existe algún mecanismo que sea inmune a las manipulaciones de agenda y de opciones?

- Condiciones para un sistema de decisión social óptimo:
  - Dado un conjunto cualquiera de preferencias individuales *completas, reflexivas y transitivas*, el sistema de decisión social debe dar lugar a unas preferencias sociales que cumplan esas mismas propiedades.
  - Si todo el mundo prefiere la opción x a la y, las preferencias sociales deben colocar la x por delante de la y.
  - Las preferencias entre x e y sólo dependen de la forma en que los individuos ordenan estas opciones y no de la forma en que ordenan otras.
- Arrow trata de derivar una función de bienestar social que sea compatible y similar a las funciones de utilidad individual. Es decir ¿existe una clasificación (una

ordenación) de los posibles estados a escala social que registren correctamente las preferencias de los individuos?

- Si esto fuera posible. Se podría derivar un mapa de indiferencia social que con las propiedades adecuadas permitiría resolver el problema social de lograr un óptimo mediante una asignación correcta de los recursos sociales ya que se contaría con una función de bienestar social bien definida.
- Arrow establece 5 axiomas que deben cumplirse si se pretende que una función de bienestar social sea consistente con las funciones de utilidad individuales (una clasificación social razonable de los posibles estados sociales):
  - *Ordenación completa, reflexiva y transitiva de las preferencias sociales*. Es decir, cualquier par de opciones sociales puede ser comparado (criterio de racionalidad).

  - Criterios democráticos:
  - *Adecuación con las preferencias individuales*: si se comparan dos situaciones, si una es preferida socialmente a otra y se produce un cambio en las preferencias individuales, de tal forma que la situación sigue siendo preferida socialmente, aunque algunos individuos hayan mejorado sin desmejorar a otros, esta situación deberá seguir siendo socialmente preferida. Si mejorasen unos a costa de otros, el axioma no se cumpliría.
  - *Las preferencias sociales no deben ser impuestas* al margen de las preferencias individuales (no deben ser impuesta por la tradición o el azar).
  - *Ningún individuo puede imponer sus preferencias* a los otros.
  - *La ordenación de las preferencias sociales debe ser independientes* de situaciones que no son realizables. Esto también se conoce como el principio de la *independencia de las alternativas irrelevantes*: si restringimos nuestra atención a un subconjunto de opciones y les aplicamos la *regla de elección social* a ellas solas, entonces el resultado debiera ser compatible con el correspondiente para el conjunto de opciones completo. Los cambios en la forma que un individuo ordene las alternativas "irrelevantes" (es decir, las que no pertenecen al subconjunto) no debieran tener impacto en el ordenamiento que haga la sociedad del subconjunto "relevante". En otras palabras, añadir o considerar nuevas alternativas a las ya existentes (x, y, z), no debe variar la ordenación entre esas tres opciones. Este es uno de los criterios más criticados por restrictivo.
- Arrow demuestra que **no es posible** derivar una función de bienestar social que cumpla simultáneamente los 5 axiomas (Teorema de la Imposibilidad de Arrow) $\Rightarrow$ No es posible *democráticamente* hacer comparaciones entre estados sociales alternativos, ya que no podemos derivar una función de bienestar social adecuadamente definida (concavidad de la función de utilidad y convexidad de las curvas de indiferencia). Los axiomas no son compatibles entre sí.

Teorema de la imposibilidad de Arrow: si un mecanismo de decisión social satisface los 5 axiomas, debe ser una dictadura: todas las ordenaciones sociales son las ordenaciones de un solo individuo $\Rightarrow$ **No existe ningún sistema perfecto para tomar decisiones perfectas**.

- Es decir, el resultado del Teorema de Arrow concluye que no existe ninguna regla de agregación de preferencias que tenga tales propiedades normativas deseables (que la agregación resulte en preferencias racionales, que la regla y los resultados sean válidos para cualquier configuración de preferencias, que no vayan contra la unanimidad y que la preferencia social entre dos alternativas sea independiente de la existencia o no de terceras alternativas), a no ser que las preferencias sean el fiel reflejo de las preferencias de algún individuo, denominado "dictador".
- El teorema de Arrow dice que si el cuerpo que toma las decisiones tiene al menos dos integrantes y al menos tres opciones entre las que debe decidir, entonces es imposible diseñar una regla de elección social que satisfaga simultáneamente todas estas condiciones. Formalmente, el conjunto de reglas de decisión que satisfacen los criterios requeridos resulta vacío.

10. ¿Se pueden formular *FBS* violando alguno de los axiomas?

- Si se cumple el axioma 1 y se viola alguno de los restantes, es posible derivar *FBS* si se cumplen todas las propiedades a nivel de las funciones de utilidad individuales.
- Si se elimina el axioma 3, es posible derivar FBS con una ordenación estable e independiente de las preferencias individuales.
- Si se elimina el axioma 4, las preferencias sociales pueden ser iguales a las individuales.
- Si se elimina el axioma 5, las preferencias sociales pueden obtenerse como un promedio ponderado de las preferencias individuales.
- Una solución alternativa al teorema es suponer que los individuos, no importa lo que suceda con las condiciones iniciales, asignan siempre la misma ordenación a cada situación (estabilidad en el orden de las preferencias) $\Rightarrow$ en este caso siempre se podrá construir *FBS* cumpliendo los 5 axiomas; las criticas provienen de si tal supuesto es o no razonable ya que, obviamente, no es un supuesto realista.

11. Funciones de bienestar social típicas:

- El mercado por si sólo garantiza la eficiencia, si se cumplen las condiciones de perfección. Esto no significa que la asignación de equilibrio sea equitativa, justa o deseable.
- Retomando lo planteado por el segundo teorema del bienestar, suponga que una solución Pareto-eficiente particular ha sido seleccionada. El segundo teorema

muestra que esta solución puede ser activada mediante una economía competitiva y proveyendo a cada consumidor con el ingreso necesario para comprar la canasta correspondiente a la ***solución deseada***.

- En principio, para resolver el dilema entre equidad y eficiencia, sólo dos políticas serán necesarias, una vez que se elija la asignación deseada:
  - estimular al máximo la competencia
  - fijar los impuestos de **suma fija** que aseguren que cada consumidor tenga el ingreso requerido
- Para que un impuesto sea de suma fija, el consumidor sobre quien recae el impuesto *no debe poder afectar el tamaño del impuesto al cambiar su conducta*.
- Los impuestos al consumo y al ingreso no pueden ser impuestos de suma fija. El impuesto a la herencia o a la propiedad tampoco. Todo impuesto que pueda evitarse o eludirse no puede ser un impuesto de suma fija.
- En la práctica este tipo de impuesto es inviable. Además, un impuesto de suma fija óptimo con seguridad debe ser un impuesto no uniforme, dada la diversidad de las características de los consumidores. Esto plantea unos enormes costos de información para su aplicación que hacen improcedentes este tipo de impuesto. La información sobre la característica de los consumidores no es pública sino privada lo cual plantea problemas de incentivos y evasión.
- La determinación de la asignación de equilibrio deseable supone que se pueden clasificar las diferentes asignaciones posibles entre los consumidores. Si existiera una FBS sería posible hacer esta clasificación (recordar Teorema de la Imposibilidad de Arrow).

12. Tipos de FBS utilizadas con frecuencia:

- La FBS captura las preferencias distributivas de un planificador central o dictador.
- La FBS captura algún objetivo ético que la sociedad esté persiguiendo: Tres mayores ejemplos son:
  - Filosofía utilitarista: lo que se debe maximizar es la suma de las utilidades individuales: $W = U^1 + U^2$ En este enfoque sólo cuenta la suma de las utilidades, *no importa como el bienestar está distribuido* entre los agentes (Curvas de indiferencia sociales lineales). En este caso se requiere que las utilidades sean sumadas, para ello habría que poder medir la utilidad.
  - Filosofía Rawlsiana: el nivel de bienestar está determinado totalmente por el agente con el nivel mínimo de utilidad: $W = \min\left\{U^1, U^2\right\}$. Aquí *la distribución de la utilidad es de máxima importancia*. Las ganancias de bienestar que gane cualquier

agente distinto al que está peor no cuentan (curvas de indiferencia en ángulo recto). En este caso, se requiere que las utilidades sean comparadas, para ello hay que medir también la utilidad. Siguiendo este criterio es posible entender por qué una sociedad puede escoger estados sociales ineficientes, pero más deseables.

- Bienestar como suma ponderada: $W = \sum_{i=1}^{n} a_i U^i$
  - Los coeficientes a indican la importancia que tiene la utilidad de cada agente para el bienestar social global.
- Observar que cada tipo de función representa juicios éticos diferentes. Pero cada tipo de función es creciente con respecto a la utilidad de cada agente.
- En todo caso, formular una FBS implica partir de las preferencias individuales (las utilidades) y agregarlas en una preferencia social.
- El proceso de agregación debe obedecer a ciertas reglas. Ejemplo: si los individuos prefieren x a z, la preferencia social debe ser x a z. Obsérvese que aquí es más importante la regla de agregación que la forma específica de la FBS.
- Si las reglas se cumplen, los individuos aceptan la FBS que resulte de su aplicación, cualquiera sea su forma.
-

Lo que el Teorema de la Imposibilidad de Arrow demuestra es que todos los métodos de agregación (tanto los basados en el criterio de eficiencia paretiana en cualquier sistema de votación) fallan. como Cualquiera que sea la FBS propuesta, habrá algún set de funciones de utilidad que entrarían en conflicto con alguna de las condiciones de Arrow.

- La conclusión es: no hay una FBS ideal que se pueda derivar, no importa cuán sofisticado sea el mecanismo de agregación y de elección.

13. Asignaciones Justas

- ¿Qué pasa si partimos de algunos juicios morales o una asignación que consideramos justa y examinamos sus implicaciones económicas?
- Si partimos de una distribución igualitaria (a cada agente le toca la misma cantidad de bienes) (solución simétrica)$\Rightarrow$en principio ningún agente prefiere la cesta de otro ya que todos tienen lo mismo, pero esto no quiere decir que esta es una solución eficiente, como ya se ha visto. A los agentes no les interesa la cantidad de cosas sino su significado en términos de bienestar.
- La distribución igualitaria no tiene por qué ser eficiente en el sentido de Pareto. Si los gustos no son idénticos se dará un intercambio y se podría terminar con una solución de equilibrio no simétrica.

- ¿Es justa una solución paretiana no simétrica (no equitativa en términos de bienes)?¿Es posible una asignación eficiente (en el sentido de Pareto) que también sea equitativa?
- Definiciones de solución equitativa y justa:
  - Si ningún agente prefiere la cesta de otro a la suya, la solución es equitativa$\Rightarrow$la equidad no puede ser consistente con la envidia.
  - Una solución es justa si cumple con dos condiciones: es eficiente (Pareto) y es equitativa (no hay envidia).
- La distribución igualitaria cumple con el criterio de la equidad en términos de bienes, pero no es la única solución equitativa en términos de bienestar. Además, la distribución igualitaria podría no ser eficiente, como ya hemos visto.
- Si se comienza con una distribución desigual, el intercambio no necesariamente elimina esta desigualdad, aunque el resultado sea eficiente (implicaciones de los Teoremas I y II del Bienestar).
- El recurrir a métodos coercitivos para lograr la igualdad, en términos de cantidad de bienes disponibles, puede acarrear severos problemas. Los impuestos y subsidios suelen generar distorsiones y por tanto importantes pérdidas de eficiencia y los resultados serán, con alta probabilidad, no deseables.
- La toma de decisiones entre igualdad y eficiencia es una importante fuente de controversia política.

MEGC de determinación de asignaciones justas:

- Suponiendo una economía de intercambio puro con dos bienes (*X, Y*) y dos consumidores (*A, B*), cuyas funciones de utilidad son:

$$U_A(X_A, Y_A) = X_A Y_A$$
$$U_B(X_B, Y_B) = X_B^2 Y_B$$

- Las dotaciones iniciales son: $\bar{X} = 3$; $\bar{Y} = 2$
- Derivación de la *CCC* (soluciones eficientes en el sentido de Pareto):

$$\begin{cases} RMS^{A}_{x,y} = RMS^{B}_{x,y} \\ X_A + X_B = 3 \\ Y_A + Y_B = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\dfrac{Y_A}{X_A} = -\dfrac{2Y_B}{X_B} \\ X_B = 3 - X_A \\ Y_B = 2 - Y_A \end{cases}$$

- La *CCC*: $Y_A = \dfrac{4X_A}{X_A + 3}$; $0 \leq X \leq 3$
- Una asignación sería justa si se cumplen las siguientes condiciones: eficiencia y equidad (no hay envidia) en términos de bienestar.
- La condición de equidad (no hay envidia) viene dada por:

$$\begin{cases} U_A(X_A, Y_A) \geq U_A(X_B, Y_B) \\ U_B(X_B, Y_B) \geq U_B(X_A, Y_A) \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_A Y_A \geq X_B Y_B \\ X_B^2 Y_B \geq X_A^2 Y_A \end{cases}$$

- Sustituyendo utilizando *CCC* y dotaciones iniciales:

$$\begin{cases} \dfrac{4X_A^2}{X_A + 3} \geq (3 - X_A)\left(2 - \dfrac{4X_A}{X_A + 3}\right) \\ (3 - X_A)^2 \left(2 - \dfrac{4X_A}{X_A + 3}\right) \geq \dfrac{4X_A^3}{X_A + 3} \end{cases}$$

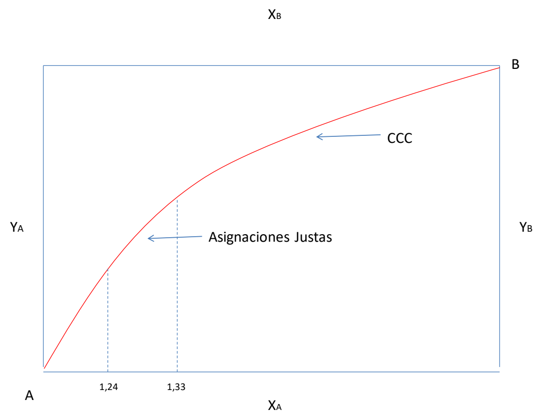
- Resolviendo para *XA:*

$$1,2426 \leq X_A \leq 1,3274$$

- Por tanto, las asignaciones justas de esta economía están caracterizadas por:

$$Y_A = \frac{4X_A}{X_A + 3}$$
$$1,2426 \leq X_A \leq 1,3274$$
$$X_B = 3 - X_A$$
$$Y_B = 2 - Y_A$$

- En forma gráfica:



- Por Teorema II se podría partir de una distribución inicial que haga factible el área de asignaciones justas; *siempre y cuando se cumplan las condiciones de un sistema de mercado perfecto*.

Tema 7: Elección bajo incertidumbre

1. Introducción

- La incertidumbre y la información imperfecta conllevan a dos problemas fundamentales:
  - Riesgo moral (riesgos asociados a la acción oculta)
  - Selección adversa (riesgos asociados a las características ocultas)
- • Hasta ahora habíamos asumido plena información $\Rightarrow$certidumbre
- • La incertidumbre surge por:
  - Resultados inciertos asociados a las decisiones económicas.
  - Los resultados dependen de la conducta de otros.
  - Los agentes no comprenden o no tienen suficiente información sobre los problemas económicos que enfrentan.

2. ¿Cómo eligen los agentes en situaciones arriesgadas?

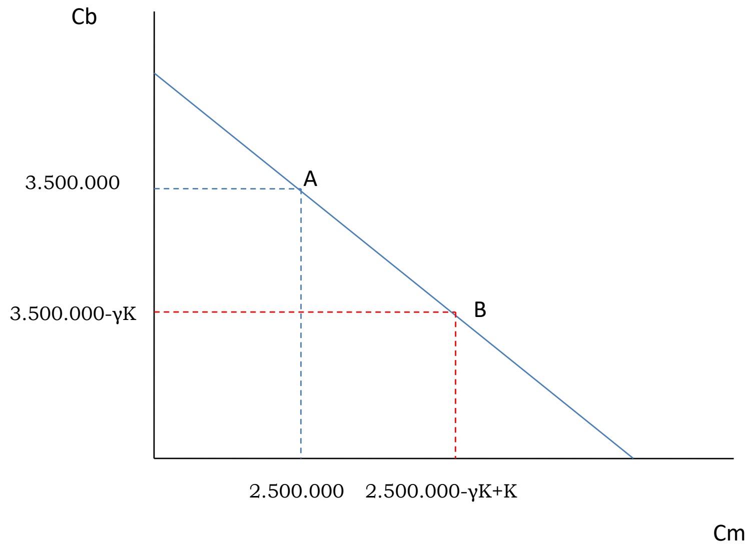
- • Consideremos el caso:
  - Valor de la riqueza inicial: 3.500.000
  - Pérdida posible: 1.000.000 con $p = 0,01$
  - Valor esperado de la riqueza:

$$E(X_1) = 3.500.000 * (0.99) + 2.500.000 * (0.01) = 3.490.000$$

- El seguro ofrece la posibilidad de reducir el riesgo:
  - Póliza: se recibe 100 por cada 1 de prima
  - Sí se decide comprar una póliza de 1.000.000, el valor de la prima = 10.000

$$E(X) = (3.500.000 - 1\ 0.000)\ (0.99) + (3.500.000 - 1.000.000 + \ 1.000.000 - 10.000)\ (0.0\ 1) = 3.490.000$$

- La diferencia es que en un caso hay riesgo y en el otro no.
- Los individuos tienen diferentes preferencias con relación al riesgo y/o perciben una distribución de probabilidades diferente de los eventos.
- • Suponiendo dos estados posibles:
  - Posibilidad de que ocurra pérdida
  - Posibilidad de que no ocurra



- Si se asegura el activo K pagando una prima γ por bolívar asegurado, se renuncia a γK en el estado bueno a cambio de $(K - \gamma K)$ de consumo en el estado malo.
- Pendiente de la recta de presupuesto:

$$\frac{\Delta Cb}{\Delta Cm} = \frac{\gamma K}{K - \gamma K} = \frac{\gamma}{1-\gamma}$$

- • La prima nos permite renunciar a un cierto consumo en el resultado bueno (*Cb*) para consumir más en el malo (*Cm*).
- •¿Cómo son las preferencias con relación al consumo contingente? Esto está relacionado con la forma de las curvas de indiferencia (que dependen de la función de utilidad).
- • La forma de las CI permitirán analizar la cantidad de seguro que el agente comprará.
- • La cantidad de seguro que se comprará será aquella donde la *RMS* entre los consumos correspondientes sea igual al precio al que puedan intercambiarse estos consumos.

3. Funciones de utilidad esperada

- • Cuando hay incertidumbre, la forma en que un individuo valore el consumo en un estado en comparación con otro estado dependerá tanto de la probabilidad de que ocurra realmente el estado en cuestión como de la forma de su función de utilidad.

- •Es decir la utilidad depende tanto de las probabilidades como de los niveles de consumo.
- Sean C_1 y C_2 los consumos en los estados 1 y 2
- Sean p_1 y p_2 las probabilidades de 1 y 2
- Sean los estados 1 y 2 mutuamente excluyentes: $p_2 = 1 - p_1$
- La función de utilidad se puede representar por: $U(C_1, C_2, p_1, p_2)$

Ejemplos de funciones de utilidad:

- Caso de sustitutos perfectos (valor esperado de U):

$$U(C_1, C_2, p_1, p_2) = p_1 C_1 + p_2 C_2$$

- Caso Cobb-Douglas:

$$U(C_1, C_2, p_1, p_2) = C_1^{p_1} C_2^{p_2}$$

  - La utilidad en este caso depende del consumo en forma no lineal.
  - Se puede tomar una transformación monótona de U y seguir representando las mismas preferencias, pero con una función lineal:

$$\ln U(C_1, C_2, p_1, p_2) = p_1 \ln C_1 + p_2 \ln C_2$$

4. Utilidad Esperada o función Neumann-Morgenstern:

$$U(C_1, C_2, p_1, p_2) = p_1 v(C_1) + p_2 v(C_2)$$

- Donde $v(C_i)$ es la función de consumo.
- Los casos anteriores son específicos:

$$v(C_i) = C_i$$
$$v(C_i) = \ln C_i$$

- Nota*:* la función de utilidad del tipo Cobb-Douglas no tiene la propiedad de la utilidad esperada, su transformación logarítmica sí.
- Nota: toda transformación monotónica de una función de utilidad esperada sigue teniendo la propiedad de la utilidad esperada.
- Ejemplo de una transformación afín positiva que representa la misma estructura de preferencias y tiene las propiedades de la utilidad esperada:

$$v(U) = b + aU$$

- • El hecho de que los consumos son independientes y excluyentes o que las elecciones que planean hacer los agentes en un estado deben ser independientes de las elecciones que planean hacer en otros, implica que la función *U* tiene que ser aditiva en *Ci*. Además, la *RMS* entre los bienes es independiente de la cantidad que haya de un tercero:

$$U(C_1, C_2, C_3, p_1, p_2, p_3) = p_1U(C_1) + p_2U(C_2) + p_3U(C_3)$$

$$RMS_{12} = \frac{\frac{\Delta U}{\Delta C_1}}{\frac{\Delta U}{\Delta C_2}} = \frac{\frac{p_1 \Delta U(C_1)}{\Delta C_1}}{\frac{p_2 \Delta U(C_2)}{\Delta C_2}}$$

- La *RMS* depende de *C1* y *C2* no de *C3*

5. Propiedades de la Función Von Neumann y Morgenstern (1944)

- En presencia de situaciones de riesgo el agente económico puede usar el criterio del valor esperado como regla de elección.
- La función es un instrumento de análisis que permite describir el comportamiento del sujeto ante situaciones arriesgadas bajo el supuesto de que los agentes tratan de maximizar su utilidad esperada.
- La utilidad correspondiente a un suceso incierto es el valor esperado de las utilidades de cada uno de los resultados posibles.
- La función de utilidad debe cumplir ciertos axiomas:
  - *Completitud*: Todo es comparable. El consumidor no puede alegar ignorancia, debe preferir una combinación a otra o ser indiferente.
  - *Transitividad.*
  - *Sustitución:* si un agente es indiferente entre los premios, será indiferente entre las loterías (procesos) correspondientes.
  - *Continuidad* (Arquimediano): Un agente jugará (se arriesgará) siempre que las probabilidades sean favorables. Habrá un valor para la probabilidad que hará que el agente sea indiferente entre un premio seguro y una lotería. Las funciones de utilidad esperada son funciones continuas.
  - *Probabilidad desigual*: ante dos loterías con el mismo premio, el agente preferirá la que tenga mayor probabilidad de ganar.
  - *Lotería compuesta*: la actitud de un jugador depende sólo de los premios finales y de la probabilidad de ganar, el mecanismo del juego es indiferente (el agente no le otorga ningún valor al mecanismo).

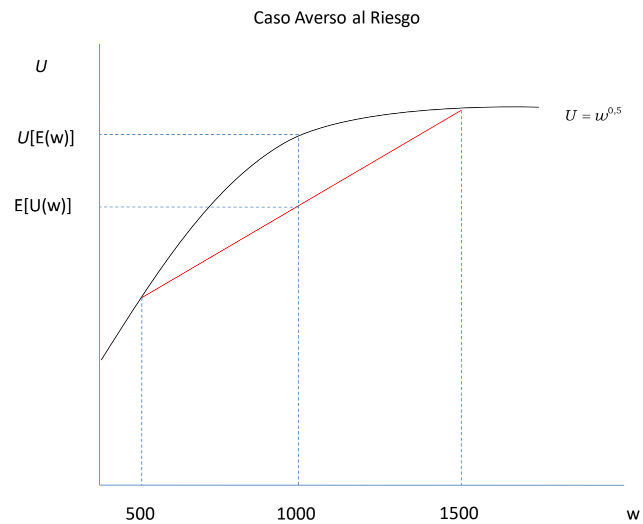
- Bajo el supuesto de que estos axiomas se cumplen, si un individuo siempre elige la alternativa más preferida disponible, entonces elegirá un juego sobre otro sí y solo sí hay una función de utilidad tal que la utilidad esperada de uno excede la utilidad esperada del otro. *El agente decide con base en la utilidad esperada, nada más.*
- La utilidad esperada de cualquier juego puede ser expresada como una combinación lineal de las utilidades de los resultados posibles, cada uno ponderado por sus respectivas probabilidades.
- En la contrastación empírica estos axiomas no siempre se cumplen, pero la Teoría Económica se basa en que la elección del agente cumple estos axiomas.

6. Función de Utilidad y grado de aversión al riesgo

- Conceptos de Utilidad Esperada (**E[U]**) y Utilidad del Valor Esperado de la Riqueza (**U[E(w)]**)
- Supongamos la siguiente situación:
  - Riqueza inicial Bs.: $w = 1000$
  - Probabilidad de ganar Bs. $500 \Rightarrow p = 0,5$
  - Probabilidad de perder Bs. $500 \Rightarrow (1-p) = 0,5$
- Valor esperado de la riqueza*: E(w) = 0,5 (1500)+0,5 (500) = 1000*
- Utilidad Esperada: *E[U] = 0,5 U (1.500)+0,5 U (500)*
- Utilidad del Valor Esperado de la Riqueza: *U [E (1000)] = U (1000)*
- Caso de un **agente averso** al riesgo: $U = w^{0,5}$

$$E[U] = 0,5 * (1500^{0,5}) + 0,5 * (500^{0,5}) = 30,55$$
$$U[E(w)] = U[1000^{0,5}] = 31,62$$

- El averso prefiere *Bs. 1000* con certeza que con incertidumbre



- La función U en este caso es cóncava, esto implica que la utilidad marginal de la riqueza es positiva y decreciente:

$$u' = \frac{\partial U}{\partial w} > 0; \quad u'' = \frac{\partial^2 U}{\partial w^2} < 0$$

- Por ello las curvas de indiferencia serán convexas, es decir tendrán pendiente negativa $\left(\left(\frac{dw_2}{dw_1} < 0\right)\right)$ y $\left(\frac{d^2 w_2}{dw_1^2} > 0\right)$:

$$U^0 = p_1 u'(w_1) + p_2 u'[w_2(w_1)]$$

Tomando diferenciales:

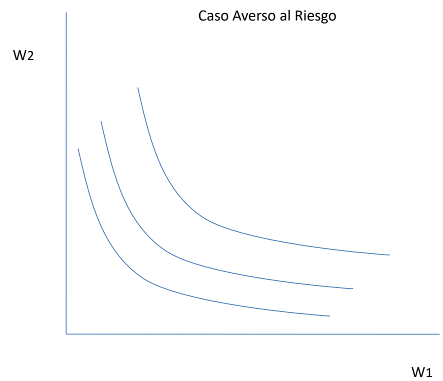
$$p_1 u'(w_1)\frac{dw_1}{dw_1} + p_2 u'(w_2)\frac{dw_2}{dw_1} = 0$$

$$\boxed{\frac{dw_2}{dw_1} = -\frac{p_1 u'(w_1)}{p_2 u'(w_2)} < 0} \text{ pendiente de la curva de indiferencia}$$

$$\frac{d^2 w_2}{dw_1^2} = -\frac{p_1 u''(w_1)}{p_2 u'(w_2)} + \frac{[p_1 u'(w_1)][p_2 u''(w_2)]}{[p_2 u'(w_2)]^2}\frac{dw_2}{dw_1}$$

Si $u''(w_1) < 0$ y $u''(w_2) < 0$ utilidades marginales decrecientes

$$\boxed{\frac{d^2 w_2}{dw_1^2} = -\frac{[p_1 u''(w_1)][p_2 u'(w_2)]^2 + [p_2 u''(w_2)][p_1 u'(w_1)]^2}{[p_2 u'(w_2)]^3} > 0}$$



- En el caso particular de la línea de certeza:

$$w_1 = w_2 = w$$

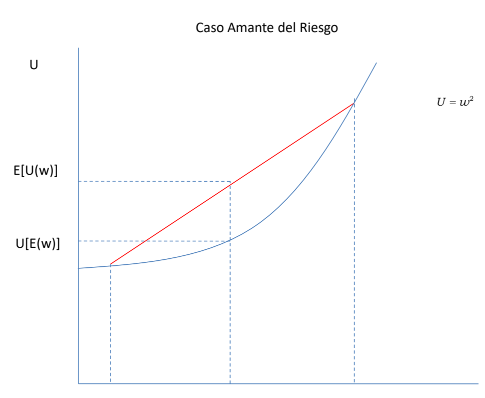
$$\boxed{\begin{aligned} \frac{dw_2}{dw_1} &= -\frac{p_1}{p_2} \\ \frac{d^2w_2}{dw_1^2} &= -\frac{p_1 u''(w)}{p_2^2 u'(w)} \end{aligned}}$$

- Nota: Observar que el grado de convexidad es proporcional al factor: $\boxed{AAR = -\frac{u''(w)}{u'(w)}}$

  llamado *Coeficiente de Aversión Absoluta al Riesgo (AAR)* o también *Coeficiente Arrow-Pratt*

- Caso de un **agente amante** del riesgo: $U = w^2$

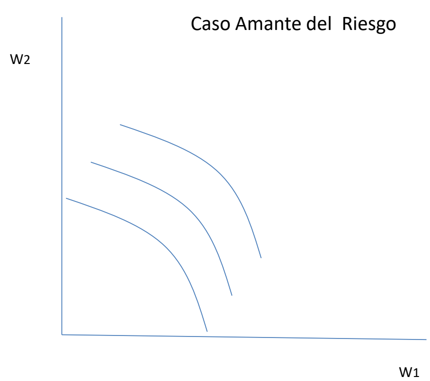
$$E[U] = 0,5 * (1500^2) + 0,5 * (500^2) = 1.250.000$$
$$U[E(w)] = U[1000^2] = 1.000.000$$



- En este caso las curvas de indiferencia serán cóncavas:

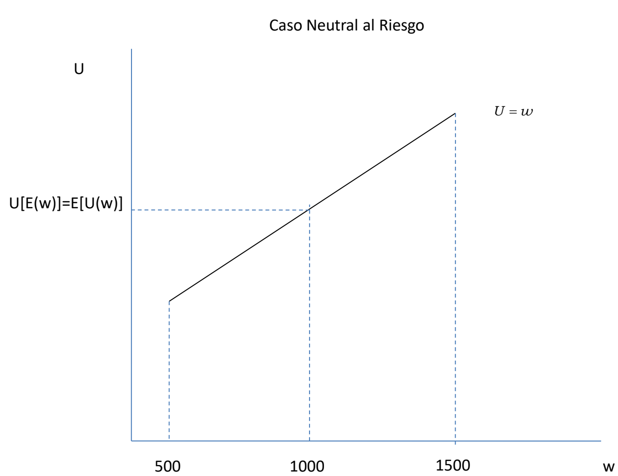
$$\frac{dw_2}{dw_1} = -\frac{p_1 u'(w_1)}{p_2 u'(w_2)} < 0$$

$$\frac{d^2 w_2}{dw_1^2} < 0$$



- Caso del **agente neutral** al riesgo: $U = w$

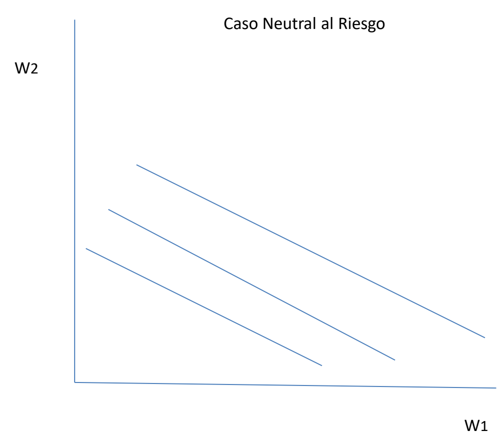
$$E[U] = 0,5*(1500) + 0,5*(500) = 1000$$
$$U[E(w)] = U[1000] = 1000$$



En este caso las curvas de indiferencia serán lineales:

$$\frac{dw_2}{dw_1} = -\frac{p_1 u'(w_1)}{p_2 u'(w_2)} < 0$$

$$\frac{d^2 w_2}{dw_1^2} = 0$$



- Un ejemplo de aversión al riesgo: el caso de la selección de la universidad.
  - Función de utilidad: $U = \sqrt{w}$
  - Egresar de una universidad exigente ofrece la posibilidad de un mayor ingreso, pero también hay una mayor probabilidad de fracasar o el riesgo es mayor.
  - Supongamos que si se egresa de una universidad exigente (a) hay una probabilidad de 60% de lograr un ingreso de Bs. 1.000.000, si se fracasa el ingreso que se puede obtener es Bs. 250.000.
  - La alternativa es estudiar en una mala universidad (b) donde la probabilidad de graduarse es 1, pero el ingreso esperado es Bs. 690.000
  - Los resultados serían los siguientes:

$$E[w_a] = 0,6 * (1.000.000) + 0,4 * (250.000) = 700.000$$
$$E[w_b] = 690.000$$
$$E[U_a] = 0,6 * U(1.000.000) + 0,4 * U(250.000) = 800$$
$$E[U_b] = U(690.000) = 830,6$$

7. Rendimiento versus Riesgo

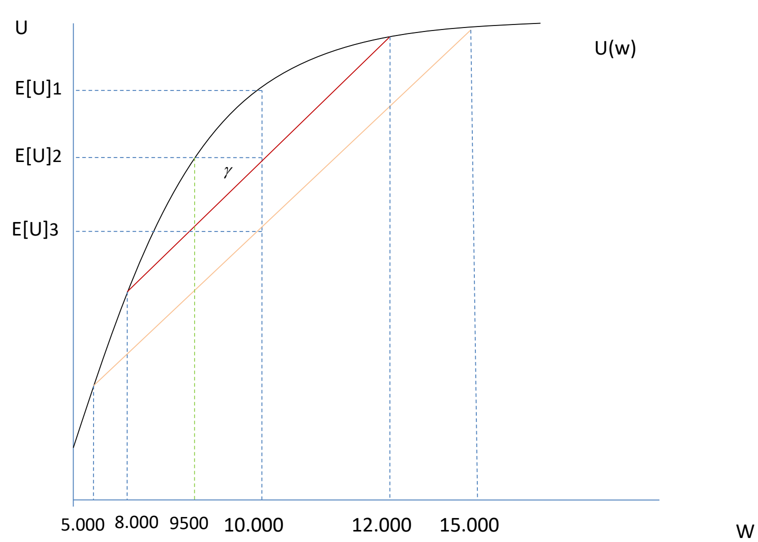
- La variabilidad de los resultados posibles es una medida del riesgo.
- La *varianza* (σ^2) de los resultados posibles es una medida del riesgo. La varianza viene dada por los desvíos de los valores con respecto a sus medias, elevados al cuadrado:

$$\sigma^2 = p_1[w_1 - E(w)]^2 + p_2[w_2 - E(w)]^2$$

- Un averso al riesgo siempre preferirá una variabilidad menor de los resultados.
- Ejemplo: un caso donde hay tres opciones:
  - Opción 1: mantener *W=10.000* sin riesgo
  - Opción 2: apostar con *p=0,5* de ganar o perder 2.000
  - Opción 3: apostar con *p=0,5* de ganar o perder 5.000
  - Los valores esperados en cada caso serán:

$$1)E[w] = 10.000$$
$$2)E[w] = 0,5 * 12.000 + 0,5 * 8.000 = 10.000$$
$$3)E[w] = 0,5 * 15.000 + 0,5 * 5.000 = 10.000$$

  - Los casos se diferencian en la variabilidad de los resultados.
  - Para un agente averso al riesgo, la situación se puede representar de la siguiente manera:



- Nota: a mayor concavidad de la función de utilidad (mayor curvatura de U), mayor será la aversión al riesgo.
- Nota: El agente estará dispuesto a pagar una prima de Bs. 500 para optar por la Opción 2 sin riesgo o para eliminar el riesgo. Es decir, Bs. 9500 va a ser el equivalente cierto de Bs. 10.000 en la opción 2.
- Nota: a medida que la variabilidad aumente el agente estará dispuesto a pagar una prima mayor para eliminar el riesgo.

8. Derivación de la prima para cubrir el riesgo (γ) y su relación con el riesgo y el grado de aversión al riesgo:

- Partiendo de la siguiente equivalencia, siendo x la pérdida que se va a asegurar:

$$U(w-\gamma * x(w)) \equiv E[U(w+x)]$$

- Tomando una aproximación de Taylor de primer orden para el lado izquierdo y una de segundo orden para el lado derecho[9]:

$$U(w)-\gamma x(w)u'(w) \approx E\left[U(w)+xu'(w)+\frac{1}{2}x^2u''(w)\right]$$

$$U(w)-\gamma x(w)u'(w) \approx U(w)+\frac{1}{2}\sigma_x^2u''(w)$$

$$\gamma x(w)=\frac{1}{2}\sigma_x^2\left[-\frac{u''(w)}{u'(w)}\right]$$

[9]Una **serie de Taylor** es una representación de una función como una infinita suma de términos. Estos términos se calculan a partir de las derivadas de la función para un determinado valor de la variable (respecto de la cual se deriva), lo que involucra un punto específico sobre la función. Si esta serie está centrada sobre el punto cero, se le denomina **serie de McLaurin** En otras palabras, la serie de Taylor es un método numérico para aproximar funciones por medio de polinomios. La serie de Taylor proporciona una buena forma de aproximar el valor de una función en un punto en términos del valor de la función y sus derivadas en otro punto Además de la obvia aplicación de utilizar funciones polinómicas en lugar de funciones de mayor complejidad para analizar el comportamiento local de una función, las series de Taylor tienen muchas otras aplicaciones. La serie de Taylor se basa en ir haciendo operaciones según una ecuación general y mientras más operaciones tenga la serie más exacto será el resultado que se está buscando. Dicha ecuación es la siguiente:

$$f(x)=f(a)+\frac{f'(a)}{1!}(x-a)^1+\frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2+\ldots+\frac{f^n(a)}{n!}(x-a)^n$$

donde σ_x^2 representa al riesgo y $\left[-\frac{u''(w)}{u'(w)}\right]$ representa el grado de aversion absoluta al riesgo

$$\frac{d(\gamma x(w))}{dAAR} > 0$$

$$\frac{d(\gamma x(w))}{d\sigma_x^2} > 0$$

- El coeficiente de aversión *relativa* al riesgo viene dado por:

$$ARR = -w\frac{u''(w)}{u'(w)}$$

$$\frac{d(\gamma x(w))}{dARR} > 0$$

$$\frac{d(\gamma x(w))}{d\sigma_x^2} > 0$$

- En el análisis de proyectos y de portafolios de inversión se suele asumir:

$$\frac{d[AAR]}{dw} < 0; \frac{d[ARR]}{dw} = 0$$

9. Estrategias para reducir el riesgo

- Diversificación:
  - Ejemplo:
  - Un agente con un ingreso de Bs. 10.000 debe invertir Bs 4.000 en activos riesgosos.
  - Hay dos activos posibles: acciones A y acciones B
  - Cada acción vale Bs. 1
  - El agente cree que si la empresa va bien la acción se eleva a Bs. 2 (p_1=*0,5*), si la empresa va mal pierde lo que invirtió (p_2=*0,5*).
  - ¿Si el agente es averso al riesgo, le conviene o no diversificar su inversión?
  - **Caso 1**: concentra su inversión en acciones A:

$$w_1 = 10.000 - 4.000 + 8.000 = 14.000$$

- $w_2 = 10.000 - 4.000 = 6.000$

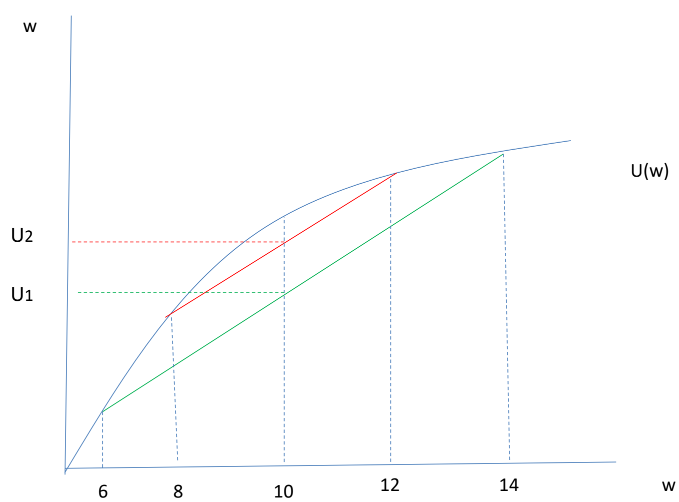
$$E[w] = (0,5)(14.000) + (0,5)(6.000) = 10.000$$

- **Caso 2**: diversifica su inversión en acciones A y B:

		B	
		Mal	Bien
A	Mal	6.000	10.000
	Bien	10.000	14.000
Promedio		8.000	12.000

$$E[w] = (0,5)(12.000) + (0,5)(8.000) = 10.000$$

- El valor esperado es el mismo.
- Pero con la diversificación se logra reducir la variabilidad (el riesgo) de los resultados. Un averso al riesgo, si puede y dependiendo de los costos, tratará de diversificar los riesgos.



- Agrupación y difusión de riesgos:
  - Caso:
  - N personas
  - Cada persona dispone de una riqueza w_0

- Perdida posible L y probabilidad de que ocurra una pérdida: $p = \frac{1}{2}$
- ***A nivel individual:***
- **Riqueza esperada** (media de la riqueza) al final del período:

$$E[w] = w_m = 0,5w_0 + 0,5(w_0 - L) = \boxed{w_0 - 0,5L}$$

- La dispersión o **varianza de los resultados** (riqueza) será:

$$\sigma_w^2 = \sum p_i(w_i - w_m)^2 = \left\{0,5\left[(w_0 - L) - (w_0 - 0,5L)\right]^2\right\} + \left\{0,5\left[(w_0) - (w_0 - 0,5L)\right]^2\right\} = \boxed{(0,5L)^2}$$

- **La pérdida esperada** (la media de la pérdida): $\boxed{0,5L}$
- La **varianza de la pérdida**:

$$\sigma_L^2 = \sum p_i(L_i - 0,5L)^2 = \left\{0,5\left[0 - (0,5L)\right]^2\right\} + \left\{0,5\left[L - 0,5L\right]^2\right\} = \boxed{(0,5L)^2}$$

- Cuando se pueden agrupar los riesgos:
  - Si N (el número de personas) es lo bastante grande y si los riesgos son independientes (no sistémicos), por ley de grandes números, el *número de accidentes* tenderá a:

$$p_1 + p_2 + \ldots + p_n = \sum p_i = pN$$

  - Las **pérdidas esperadas del grupo** o del colectivo serán: $\boxed{(pN)L}$
  - Las **pérdidas per-cápita** serán: $\frac{(pN)L}{N} = pL = \boxed{0,5L}$
  - **Riqueza esperada per-cápita**: $\frac{w}{N} = w_m = w_0 - pL = \boxed{w_0 - 0,5L}$
  - Recordando que la varianza de una constante por una variable es igual al cuadrado de la constante por la varianza de la variable:
  - La **varianza de la riqueza per-cápita** será: $\frac{1}{N^2}N(0,5L)^2 = \boxed{\frac{(0,5L)^2}{N}}$

- La **varianza de la pérdida per-cápit**a será[10]: $\frac{1}{N^2}N(0,5L)^2 = \boxed{\frac{(0,5L)^2}{N}}$

- Nota: la pérdida per-cápita esperada es igual a la pérdida esperada individual pero la varianza de la pérdida (y la varianza de la riqueza) per-cápita es menor a la varianza de la pérdida individual.

- $\frac{N(0,5L)^2}{N^2} = \frac{(0,5L)^2}{N} < (0,5L)^2$

Conclusión: al agrupar los riesgos, el riesgo total se reduce. Si se forma un fondo con una aportación individual de pL, los que sufren la pérdida L podrán recibir una indemnización plena ya que los ingresos del fondo serían: $N(pL)$ y las pérdidas esperadas: $(pL)N$

- Nota: esto es válido si los riesgos son independientes, pero **no** si los riesgos son **sistémicos** (riesgos correlacionados).

10. Contratos Justos o equitativos

- Un contrato es justo o equitativo si se repite un número grande de veces y ninguna de las partes sale ganando o perdiendo.
- Ejemplo:
  - Un agente paga una prima de 5.000 por cubrirse de una pérdida y lograr una indemnización de 20.000, siendo la probabilidad de accidente 0,25.
  - Con p=0,25, el agente paga 5.000 en cada período y recibe en promedio 20.000 en uno de cada cuatro períodos. El contrato es justo.
- Un agente con aversión al riesgo si se le ofrece un contrato justo preferirá situarse en la línea de certeza (eliminar la incertidumbre).
- Las primas que implican contratos no justos son los que moverán a los agentes aversos fuera de la línea de certeza.
- Loa agentes aversos al riesgo asumirán parte del riesgo si se les ofrece un contrato no justo ¿Qué cantidad de riesgo asumen? dependerá, dada una prima, de su ingreso y de su grado de aversión al riesgo.

---

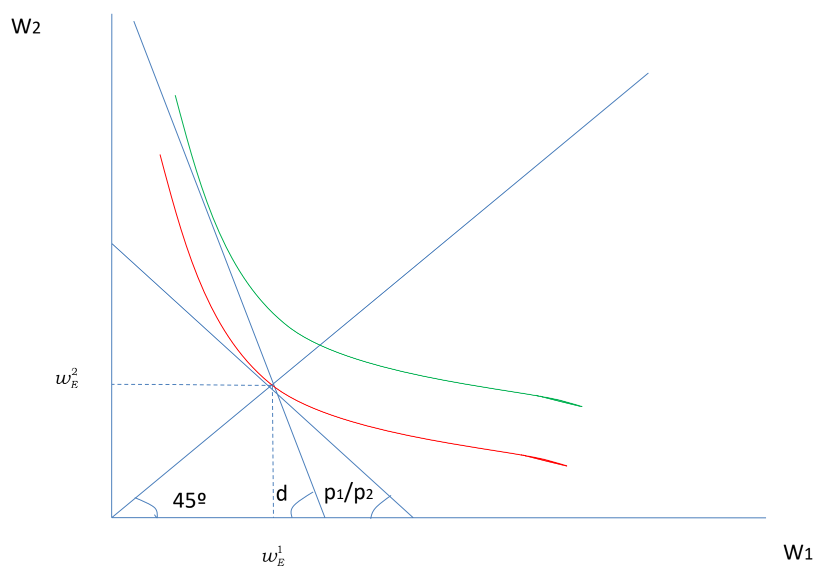
[10] La varianza de la pérdida colectiva será: $N(0,5L)^2$. La varianza de la pérdida per-cápita será: $\frac{1}{N^2}N(0,5L)^2$

- ¿Cuándo un agente averso al riesgo está dispuesto a asumir riesgos?
  - Desplazarse de la línea de certeza implica asumir riesgos.
  - Para que un averso al riesgo acepte asumir riesgos debe percibir una ganancia esperada neta positiva o un trato o apuesta favorable que le compense su aversión al riesgo.
  - Suponga que a un agente que se encuentra sobre la línea de certeza $(w_1^E = w_2^E)$, se le ofrece apostar una cantidad h con la probabilidad de recibir hd si tiene lugar el estado 2.
  - Ello implica que sus nuevos niveles de riqueza posibles serían:

$$w_1 = w_1^E - h; \; w_2 = w_2^E + hd$$

  - Esto equivale a intercambiar h en el estado 1 por hd en el estado 2, por lo tanto, la relación de intercambio en esta nueva recta de presupuesto será:

$$\frac{dw_1}{dw_2} = -\frac{hd}{h} = -d$$



  - El agente tendrá incentivo a acceder a una CI más elevada sólo si la pendiente (en valor absoluto) de la nueva recta de presupuesto es mayor a la pendiente de la CI inicial. Es decir:

$$d > \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow d > \frac{1-p_2}{p_2} \Rightarrow p_2 > \frac{1}{1+d}$$

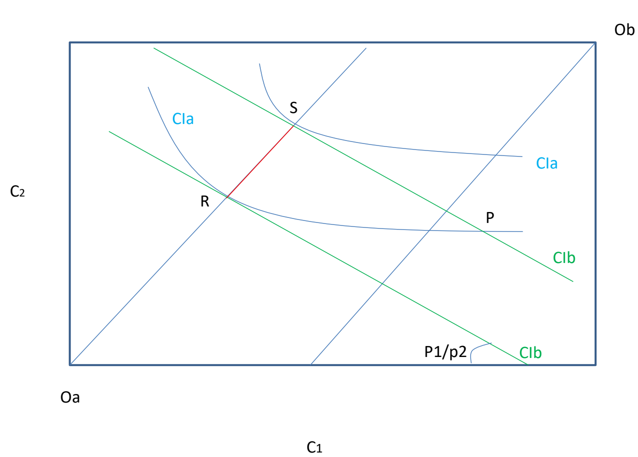
- Si se cumple esta condición el valor esperado neto de la apuesta será positivo:

$$(1-p_2)(-h)+p_2(hd)=h(p_2+p_2d-1)$$

- **Conclusión**: Todo agente averso al riesgo aceptará asumir riesgos si el valor esperado neto es positivo.

11. Negociación del riesgo

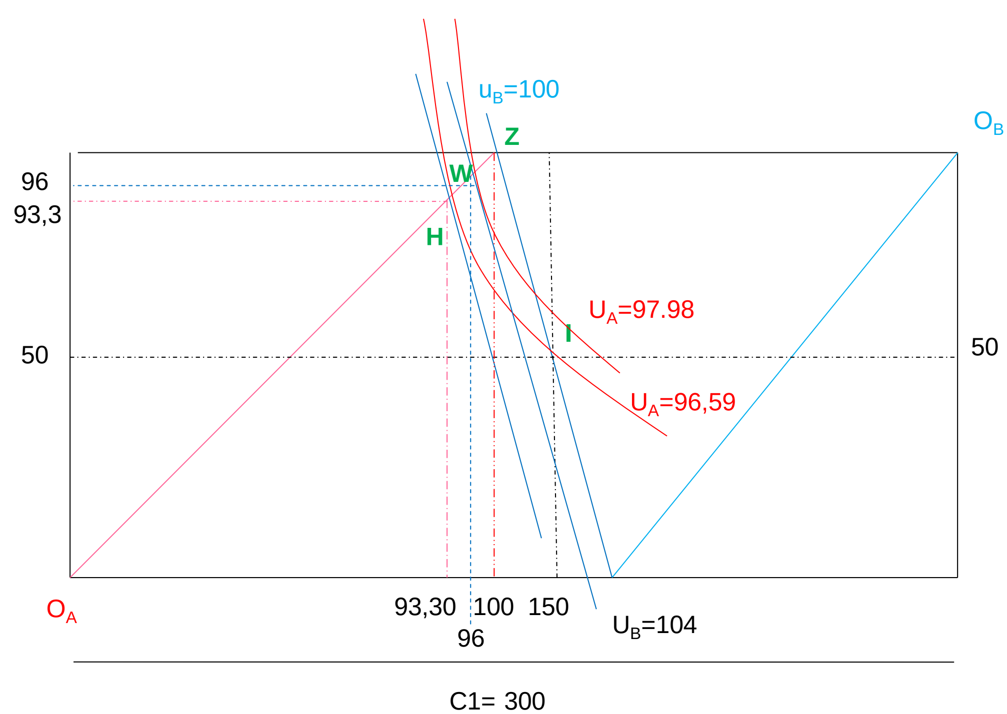
- Suponiendo dos posibles estados de la naturaleza:
  - La economía va bien, en este caso: C_1
  - La economía va mal, en este caso: C_2
  - Supongamos dos agentes:
    - A (averso al riesgo) => CI convexas
    - B (neutral al riesgo) => CI lineales
  - A lo largo de la línea de certeza de A, las CI tienen pendiente: $\frac{p_1^a}{p_2^a}$
  - A lo largo de la línea de certeza de B, las CI tienen pendiente: $\frac{p_1^b}{p_2^b}$
  - Asumiendo que las probabilidades son las mismas para los dos agentes



- El equilibrio se alcanzará donde sean tangentes las CI de A y B.
- Esto implica que el equilibrio se alcanzará sobre la curva de certeza (en este caso la CCC) de A (averso al riesgo): las *TMS* serán iguales.
- Si se parte de una posición como *P*, se negociará buscando mejoras paretianas hasta que se alcance un punto sobre el segmento *SR* (curva de contrato relevante).
- En *S* todas las mejoras irán a manos de A.
- En *R* todas las mejoras van a manos de B.
- Nota: el resultado de la negociación supone que todo el riesgo lo asume el agente neutral (B).

- Ver ejemplo pág. 653 Fernadez y Tugores:

- Dos personas *cooperan* en un negocio: *B* es neutral y *A* averso: $\begin{cases} u_B = C \\ u_A = 10C^{0,5} \end{cases}$
- Los resultados dependen de la situación del mercado:
- Favorable: *W*=300; *p=0,5* (estado C_1)
- Desfavorable: *W*=100; *p=0,5* (estado C_2)
- Si el reparto de los resultados fuera equitativo, cada socio recibe 50% del resultado: 50 (caso C_2) o 150 (caso C_1)



- Punto **I**: Reparto equitativo de resultados
- Valor esperado: $E(C) = 300 * 0,5 + 100 * 0,5 = 150 + 50 = 200$
- Si se reparte 50% a cada uno:

$$E(C_A) = E(C_B) = 100$$
$$E[u_B] = 150 * 0,5 + 50 * 0,5 = 100 \textbf{ Punto I}$$
$$E[u_A] = 10(150)^{0,5} * 0,5 + 10(50)^{0,5} * 0,5 = 96,59 \textbf{ Punto I}$$

- En el caso de A, la **utilidad esperada** de 96,59 se puede generar *sin riesgo* con una **renta** segura de 93,30

$$E[u_A] = 0,5 * \left[10\sqrt{R_A}\right] + 0,5 * \left[10\sqrt{R_A}\right] = 96,59$$
$$\sqrt{R_A} = 9.659$$
$$R_A = (9.659)^2 = 93,30 \quad \textbf{Punto H}$$

- El agente A estaría dispuesto a pagar hasta 56,7 de *C1* para trasladarse de ***I*** a ***H*** e incrementar *C2* de 50 a 93,3
- Un trato que ambos aceptarían (una mejora paretiana) sería: (**Punto W**)
  - El neutral (*B*) garantiza al averso (*A*) una renta fija (salario) de 96 a cambio de quedarse con todo lo que genere el negocio.
  - En este caso el neutral al riesgo aumenta su valor esperado (y su utilidad) de 100 a 104:
  - Si el negocio va bien: 300-96=204
  - Si el negocio va mal: 100-96=4

$$E[C_B] = 204 * 0,5 + 4 * 0,5 = 102 + 2 = 104$$
$$E[U_B] = 104 > 100$$

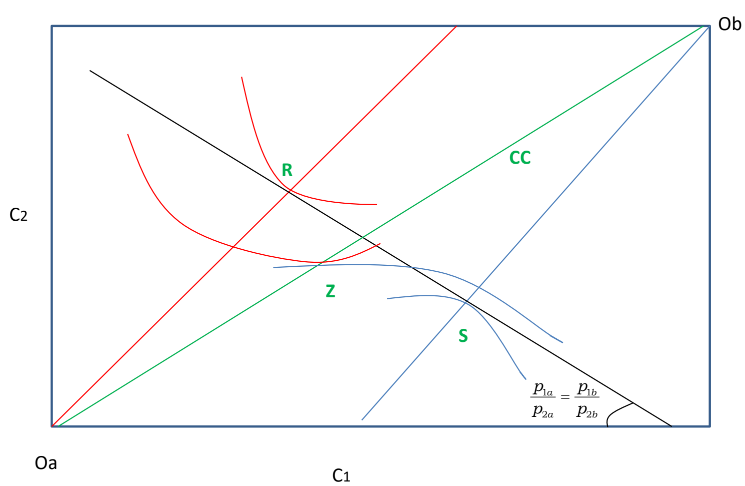
- El averso al riesgo aumenta su utilidad esperada de 96.59 a 97.98

$$E[U_A] = 0,5 * 10(96)^{0,5} + 0,5 * 10(96)^{0,5} = 10\sqrt{96} = 97,98$$

- Punto **W**: C_{1A}= C_{2A}=96; C_{1B}=204, C_{2B}=4
- Solo cuando el averso al riesgo recibe un valor seguro se habrán agotado todas las posibilidades de intercambio mutuamente ventajoso.
- El margen de negociación vendrá limitado por:

   - la alternativa de A de obtener $U_A = 96,59$ y una renta equivalente de 93,30. En este caso B obtendría $U_B = 106,7$ (máxima capacidad negociadora de B)(Punto **H**)
   - la alternativa de B de una $U_B = 100$. En este caso A obtendría $U_A = 100$ (máxima capacidad negociadora de A) (Punto **Z**)
 - ¿Cuál será el valor entre 93,3 y 100, sobre la línea de certeza de *A*? dependerá de la capacidad de negociación.

- Negociación del riesgo entre dos aversos al riesgo: el ejemplo de la agricultura.
 - Caso de negociación entre un terrateniente y un agricultor.
 - En general un contrato debe resolver los siguientes problemas:
   - Distribución de las rentas
   - Estructura de incentivos (el resultado depende del esfuerzo del agricultor)
   - Distribución del riesgo (el resultado depende de los estados de la naturaleza o factores no controlados por ninguno de los agentes)
 - Se suponen sólo dos estados posibles: buen año (S_1) y mal año (S_2)
 - Suponiendo, por ahora, que no están presentes los problemas de incentivos. Es decir, sólo hay que resolver la distribución de rentas y la distribución del riesgo.
 - El problema puede ser planteado en términos de una caja de Edgeworth:



- Diferentes alternativas de reparto de los resultados:
  - A recibe un *salario fijo*, independientemente del estado de la naturaleza => el contrato se ubica sobre la línea de certeza de *A* => *B* asume todo el riesgo (Punto *R*).
  - *B* recibe una *renta fija* independientemente del estado de la naturaleza => el contrato se ubica sobre la línea de certeza de B => *A* asume todo el riesgo (Punto *S*).
  - Si el equilibrio se da sobre *CC*, *A* y *B* se dividirán por partes iguales los resultados de cualquier cosecha: *aparcería* (un punto como *Z*).
- Los casos (1) y (2), son soluciones completamente asimétricas que sólo son posibles si quien asume el riesgo es un agente neutral.
- Análisis:
- Pendiente de la CI_a: $\dfrac{\partial E[U_a]/\partial C_1^a}{\partial E[U_a]/\partial C_2^a} = -\dfrac{p_1^a u_a'(C_1^a)}{(1-p_1^a)u_a'(C_2^a)}$
- Pendiente de la CI_b: $\dfrac{\partial E[U_b]/\partial C_1^b}{\partial E[U_b]/\partial C_2^b} = -\dfrac{p_1^b u_b'(C_1^b)}{(1-p_1^b)u_b'(C_2^b)}$
- La eficiencia requiere la tangencia de las CI, asumiendo $p_1^a = p_1^b$:

$$\frac{u_a'(C_1^a)}{u_a'(C_2^a)} = \frac{u_b'(C_1^b)}{u_b'(C_2^b)}$$

  - Suponiendo que *A* y *B* sean aversos al riesgo y sus funciones de utilidad son:

$$U_a = -e^{-AC_i^a} \text{ y } U_b = -e^{-BC_i^b}; \quad i = 1,2$$

- La *CC* sería:

$$\frac{Ae^{-AC_1^a}}{Ae^{-AC_2^a}} = \frac{Be^{-BC_1^b}}{Be^{-BC_2^b}} \Rightarrow e^{-AC_1^a}e^{+AC_2^a} = e^{-BC_1^b}e^{+BC_2^b} \Rightarrow e^{-A(C_1^a - C_2^a)} = e^{-B(C_1^b - C_2^b)}$$

$$\Rightarrow A(C_1^a - C_2^a) = B(C_1^b - C_2^b)$$

Dado que: $C_1 = C_1^a + C_1^b$ y $C_2 = C_2^a + C_2^b$

Se puede demostrar que la *CC* es : $\boxed{C_1^a = C_2^a + \dfrac{B}{A+B}(C_1 - C_2)}$

- Esto quiere decir que:
  - En este caso la *CC* será una línea recta, esta función estaría compuesta de dos partes: una cantidad fija (C_2^a) y una cantidad dependiente de la variación del resultado $(C_1 - C_2)$:

- Si el agente *B* es neutral $\Rightarrow B = 0 \Rightarrow C_1^a = C_2^a \Rightarrow$ ausencia de incertidumbre para *A*: equilibrio sobre la línea de certeza de *A*.
- Si el agente *A* es neutral $\Rightarrow A = 0 \Rightarrow C_1^b = C_2^b \Rightarrow$ ausencia de incertidumbre para *B*: equilibrio sobre la línea de certeza de *B*.
- Si *A* y *B* son aversos, ambos asumirán parte del riesgo. Cuanto más averso el agente más, convexas sus *CI*.
- La *CC* estará más cerca de la línea de certeza del agente más averso.

Tema 8: Información Asimétrica

1. Azar Moral e Incentivos

- ¿Qué sucede cuando los resultados del contrato dependen no sólo de los estados de la naturaleza sino también de las acciones de los agentes involucrados? Aquí aparece un nuevo aspecto: la estructura de los incentivos.
- *Azar Moral*: es un problema que surge cuando el valor de una transacción para alguna de las partes puede verse afectado por *acciones* o decisiones adoptadas por la otra parte, en un contexto de incertidumbre.
- Condiciones necesarias para que surja un problema de Azar Moral:
  - Que el resultado para una parte dependa del comportamiento de la otra parte.
  - Que las acciones de la otra parte no sean visibles, ni se puedan inferir (acción oculta). Aquí radica el problema de información en este caso.
  - Que alguna de las partes, o todas, sean aversas al riesgo.
- El problema de azar moral y su solución suponen un conflicto de dos objetivos que debe atender un contrato:
  - La provisión adecuada de incentivos para que el agente que puede afectar los resultados haga su mejor esfuerzo.
  - La distribución eficiente del riesgo entre los agentes involucrados, ya que la cobertura del riesgo suele afectar los incentivos.
- El punto clave es cómo definir un contrato óptimo entre un principal y un agente que equilibre los riesgos y los incentivos.

Caso Básico planteado por Fernández y Tugores:

- La empresa (principal) contrata a un ejecutivo (agente) que es responsable de alcanzar un objetivo (niveles de venta).
- El logro del agente depende de su esfuerzo (que el agente controla) y del estado de la naturaleza (que ni el principal ni el agente controlan: la economía, el mercado, la situación política). En el contrato el principal trataría de minimizar los riesgos asociados con la conducta del agente, siempre que sea *rentable* hacerlo.
- Suponiendo dos posibles casos: esfuerzo alto del agente (A) y esfuerzo bajo del agente (B). Los resultados posibles para la empresa: éxito (E) o fracaso (F), cuyas probabilidades pueden ser afectadas por el esfuerzo que haga el agente.
- Los datos específicos del problema se resumen en este cuadro de resultados:

Esfuerzo Agente:	A	B
Resultado		
E (360)	75%	25%
F (200)	25%	75%
Valor esperado ppal.	320	240

- Observar que las probabilidades quedan afectadas por las acciones del agente.
- El objetivo del principal es maximizar el *valor esperado de sus beneficios netos* (beneficios brutos – pagos al agente para garantizar el resultado). En este caso se supone que el principal será *neutral* al riesgo ya que puede trasladar a los precios los efectos del riesgo.
- El agente se asume es averso al riesgo, lo que se reflejará en su función de utilidad.
- La utilidad que el agente espera no debe ser menor que la que podría obtener en el mercado (su costo de oportunidad: salario en otro sector o empresa, seguro de desempleo, valoración del ocio etc.).
- La *utilidad de reserva o salario equivalente,* viene dada por:

$$U_{Ag}(w,e) = U_{Ag}(w) - d_{Ag}(e)$$

  - Donde w es la remuneración y *d(e)* es la desutilidad asociada al esfuerzo.
  - *e* (esfuerzo) puede adoptar dos valores: $e = A$; $e = B$
  - Se supone que: $d_{Ag}(A) > d_{Ag}(B)$
- Si al agente se le ofreciera una remuneración uniforme nunca haría el esfuerzo alto: $w(A) = w(B) \Rightarrow d_{Ag}(A) > d_{Ag}(B) \Rightarrow EU_{Ag}(A) < EU_{Ag}(B)$
- No tendría incentivos para hacer el esfuerzo alto.
- Pero, aunque el principal sea neutral, el contrato óptimo no puede ser absorber todo el riesgo ya que entonces el agente no tendría incentivos para hacer el esfuerzo alto.
- Tiene que haber una combinación de remuneración – reparto del riesgo que sea óptima, tanto para el agente como para el principal.
- Se estudiarán cuatro (4) escenarios posibles:
  - Esfuerzo observable y agente neutral
  - Esfuerzo no observable y agente neutral
  - Esfuerzo observable y agente averso
  - Esfuerzo no observable y agente averso (caso de azar moral)

Caso 1: Esfuerzo observable y agente neutral

- No hay problema de incentivos (el principal tiene información completa) ni de distribución de riesgo.
- Función de utilidad del agente:

$$U_{Ag} = w - d_{Ag}(e_i) \ ; \ \ u'_{Ag} \geq 0 \ ; \ \ u''_{Ag} = 0$$

$$\text{supuestos: } \boxed{U^r_{Ag} = 81 \ ; \ d_{Ag}(A) = 63 \ ; \ d_{Ag}(B) = 0}$$

- Como las probabilidades van a ser afectadas por el grado de esfuerzo del agente, las pendientes de las CI dependen de que haya éxito o fracaso:

- Si el agente hace B: $\dfrac{p_{_E}^{B}}{p_{_F}^{B}} = \boxed{0,33}$
- Si el agente hace A: $\dfrac{p_{_E}^{A}}{p_{_F}^{A}} = \boxed{3}$

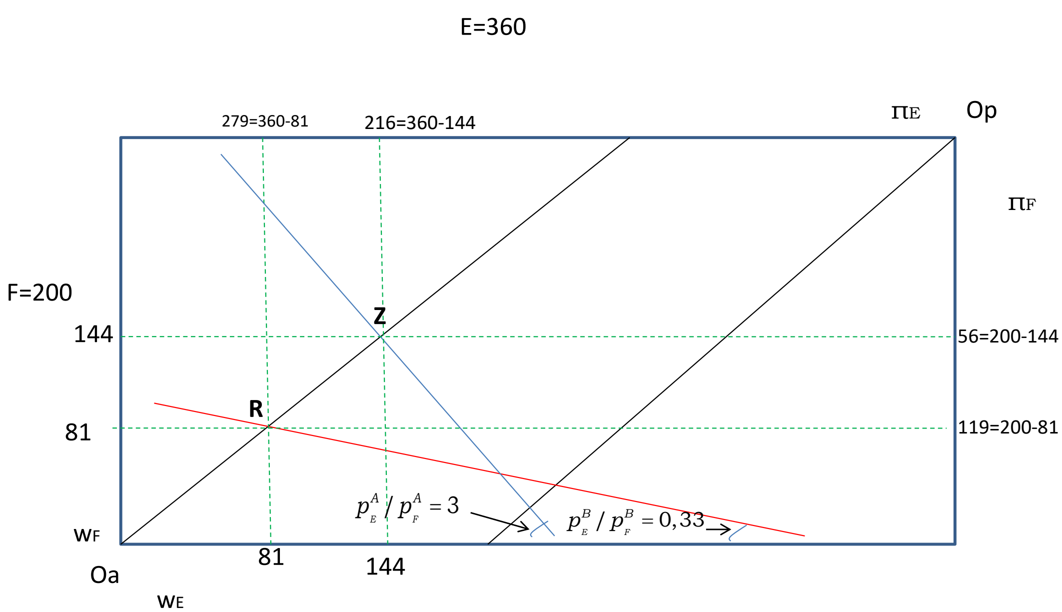
- Si el principal se conforma con *B*, ofrecerá al agente, al menos, el costo de oportunidad:

$$U_{Ag}^{B} = w - d(B) = 81 - 0 = 81$$

El benefico neto esperado por el principal:

$$BN_{P}^{B} = BB_{P}^{B} - w = 0,25*(360-81) + 0,75*(200-81)$$
$$= 0,25*(279) + 0,75*(119) = \boxed{159}$$

Punto *R*



- ¿Debería el principal tratar de que el agente haga el esfuerzo *A*?
- Sólo si su beneficio neto es mayor que con el esfuerzo *B*
- Observar que con el esfuerzo *A*, las curvas de indiferencia son ahora más inclinadas:

$$p_{_E}^{A} / p_{_F}^{A} = 3\,.$$

- Si el esfuerzo es observado, el contrato estipularía que si el agente hace el esfuerzo *A* recibirá a cambio de una remuneración que cubra, *al menos*, el salario de reserva más la desutilidad que genera el esfuerzo alto:

$$w = 81 + 63 = 144 \Rightarrow U^{A}_{Ag} = 144 - 63 = 81$$

$$BN^{A}_{P} = 0,75 * (360 - 144) + 0,25 * (200 - 144)$$

$$= 0,75 * (216) + 0,25 * (56) = \boxed{176 = BN^{A}_{P} > BN^{B}_{P} = 159}$$

Punto Z

- En este caso, al principal le conviene incentivar el esfuerzo A y al agente le da lo mismo $\left(U^{A}_{Ag} = U^{B}_{Ag}\right)$. Hay una mejora paretiana, ya que el principal mejora su beneficio neto.

Caso 2: Esfuerzo no observable y agente neutral

- El problema en este caso es de *incentivos*. La distribución del riesgo no es un problema.
- *La solución de equilibrio se alcanza, en este caso, cuando recaen sobre el agente todo el riesgo* (la solución estará sobre la línea de certeza del principal). Al recaer todo el riesgo sobre el agente este tendrá los incentivos para hacer el mayor esfuerzo.
- Como el esfuerzo no es observado, los pagos del principal hay que condicionarlos a alguna variable observada correlacionada con las acciones del agente.
- Se puede hacer depender la remuneración de los beneficios brutos observados: el principal pagará al agente la cantidad X en caso de que resulte el estado E, y pagará la cantidad Y si resulta el estado F.
- Requisitos del contrato: Si el principal quiere garantizar $e = A$
  - El agente debe obtener una *EUAg* no inferior a la de reserva (*restricción de participación*):

$$0,75 * w_E + 0,25 * w_F - 63 \geq 81$$

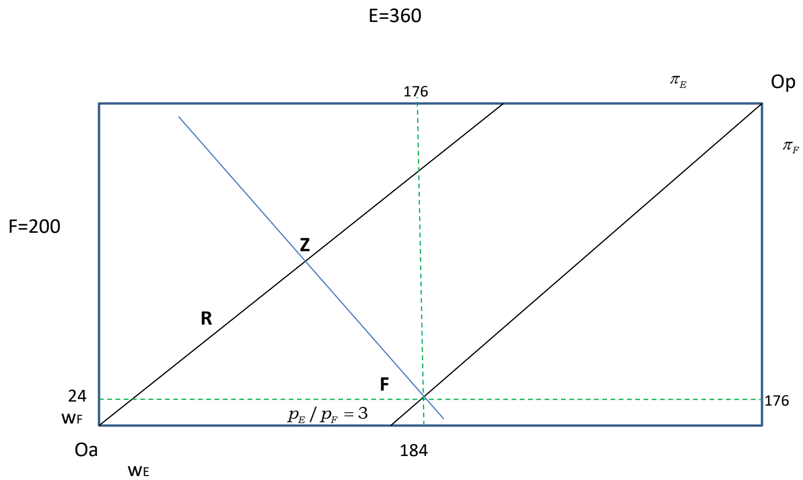
$$\boxed{0,75 * w_E + 0,25 * w_F \geq 144}$$

  - El agente debe elegir $e = A$ y no $e = B$ (*restricción de incentivos*): la utilidad con $e = A$ > utilidad con $e = B$

$$0,75 * w_E + 0,25 * w_F - 63 \geq 0,25 * w_E + 0,75 * w_F$$

$$0,5 * w_E - 0,5 * w_F \geq 63 \Rightarrow w_E \geq w_F + 126 \Rightarrow \boxed{w_E - w_F \geq 126}$$

  - Esta es la mínima diferencia que incentiva a que el agente haga $e = A$



- El contrato óptimo (punto ***F***) sería:
  - Pagar al agente 184 en caso de E (éxito)
  - Pagar al agente 24 en caso de F (fracaso)

$$E_{Ag}(W) = 0,75 * 184 + 0,25 * 24 = 144$$

  - En este caso el principal recibe 176 con certeza:

$$BB_P^A = 320$$

$$BN_P^A = 320 - 144 = 176$$

- ¿Le convendrá al agente $e = A$?
- Si el agente acepta el contrato y hace $e = B$:

$$EU_{Ag}^B = 0,25 * 184 + 0,75 * 24 = \boxed{64}$$

  - Si el agente no acepta el contrato: $EU = 81$
  - Si el agente acepta el contrato y hace $e = A$:

$$EU_{Ag}^A = 0,75 * 184 + 0,25 * 24 - 63 = \boxed{81}$$

- El contrato descrito en el punto F sería el **mínimo** para inducir al agente a $e = A$
- ¿Cuál es la situación del principal?
  - En el caso de E: $BN_P^A = 360 - 184 = 176$
  - En el caso de F: $BN_P^A = 200 - 24 = 176$

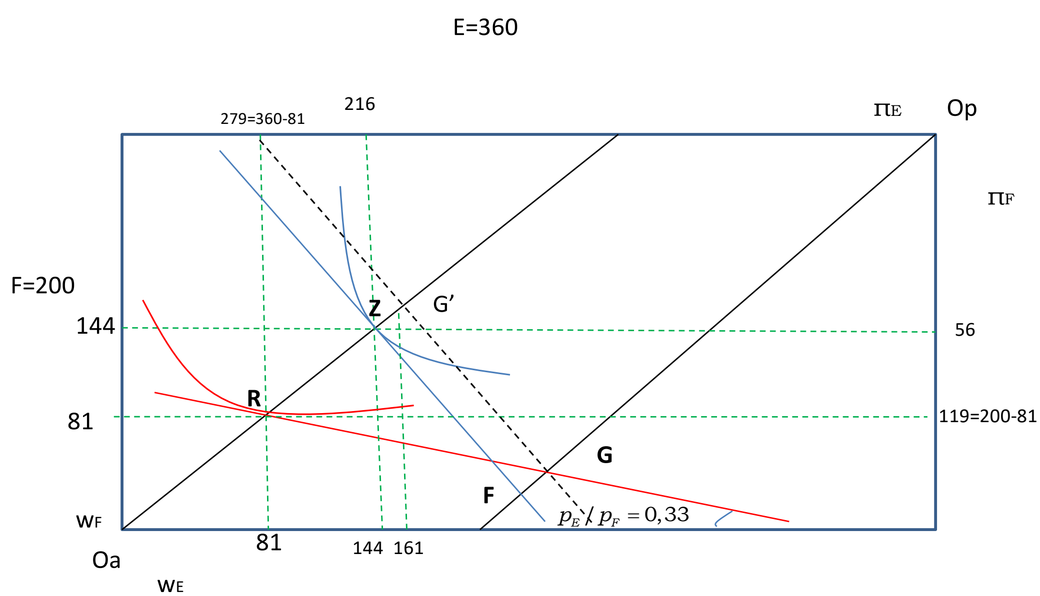
$$E\left[BN^A\right] = (360 - 184) * 0,75 + (200 - 24) * 0,25 = 176$$

- Nota: *BNP*=176 coincide con el *BN* esperado cuando el esfuerzo es observado. Es como si el principal le hubiese vendido el negocio al agente por 176.
- *El principal se convierte en un perceptor de un pago fijo y el agente en residual.*
- En este caso, *no hay costo alguno de la conducta no observada*. El principal no tiene que sacrificar ni eficiencia ni ingresos para lograr una distribución eficiente de riesgos.

Caso 3: Esfuerzo observable y agente averso al riesgo

- La solución va a estar sobre la línea de certeza del agente averso al riesgo.
- Suponiendo la siguiente función de utilidad del agente: $U_{Ag} = w^{0,5} - d_{Ag}(e)$, la función de utilidad es cóncava y las *CI* son convexas.
- Suponiendo los siguientes *equivalentes monetarios* de la desutilidad del esfuerzo:
    - El *equivalente monetario:* $Bs.63 \Leftarrow d_{Ag}(A) = 3 > d_{Ag}(B) = 0$
    - $w_r = 81 \Rightarrow U^r_{Ag} = (81)^{0,5} = 9$
- Si el principal se conforma con el **esfuerzo bajo**, será suficiente pagar un salario fijo al menos igual al equivalente monetario de U_r (Punto **R**):

$$EU^B_{Ag} \geq U^r_{Ag} \Rightarrow w_r = 81$$
$$BN^B_P = 0,25 * (360 - 81) + 0,75 * (200 - 81) = 240 - 81 = 159$$



- Si el principal quiere inducir $e = A$ y dado que el esfuerzo es observable, basta con compensar al agente con el *equivalente monetario* de U_r, que es 81, y el de $d_{Ag}(A)$ que es 63. La situación sería (Punto ***Z***):

$$w = 81 + 63 = 144$$

$$BN_P^A = 0,75 * (360 - 144) + 0,25 * (200 - 144) = 320 - 144 = 176$$

- Nota: la distancia ***RZ*** representa la compensación al agente por hacer $e = A$, cuyo equivalente monetario será: *63 = 144-81*. En términos de utilidad:

$$U_{Ag}(144) = 12$$

$$U_{Ag}(81) = 9$$

$$U_{Ag}(144) - U_{Ag}(81) = \boxed{3} = d_{Ag}(A)$$

- *Todo el riesgo recae sobre el principal*, pero la única incertidumbre es la del mercado (estado de la naturaleza), no hay riesgo con respecto a la conducta del agente.
- Si el agente tiene poder de negociación puede lograr llegar a G´: 144+17=161. En este caso el principal no empeora si se coloca en GG´:_

$$BN_P^A = 0,75 * (360 - 161) + 0,25 * (200 - 161) = 159 = BN_P^B$$

Caso 4: Esfuerzo no observable y agente averso al riesgo

- Aquí se presenta un dilema:
  - La eficiente distribución del riesgo requiere que el neutral lo asuma (el principal).
  - Pero el agente requiere de incentivos para hacer el esfuerzo adecuado. Como sus acciones no son observadas, hay que asociar la remuneración con alguna variable observada correlacionada con la acción del agente. Esto implica que *el agente asuma parte del riesgo, aunque éste sea averso.*
- Suponiendo:

$$U_{Ag} = w^{0,5} - d(e)$$

$d_{Ag}(A) = 3$ cuyo *equivalente monetario* es 63; $d_{Ag}(B) = 0$

$$w_r = 81 \Rightarrow U_{Ag}^r = 9$$

- Si el principal desea $e = B$, sería suficiente ofrecer una remuneración fija igual o algo superior a 81 (punto ***R***). Es decir, pagaría un salario fijo:
  - $w_E = w_F = 81 \Rightarrow BN_P^B = 240 - 81 = 159$
- Si el principal desea $e = A$ (que no siempre será lo óptimo), no es suficiente ofrecer ***Z*** ($w_E = w_F = 144$), ya que mientras w sea uniforme sólo obtendrá $e = B \Rightarrow BN_P = 240 - 144 = 96$, que no es óptimo (96<159).
- Para que $e = A$, se requiere que:
  - Restricción de *participación*:

$$0,75 * U_{Ag}(w_E) + 0,25 * U_{Ag}(w_F) - d_{Ag}(A) \geq U_r$$

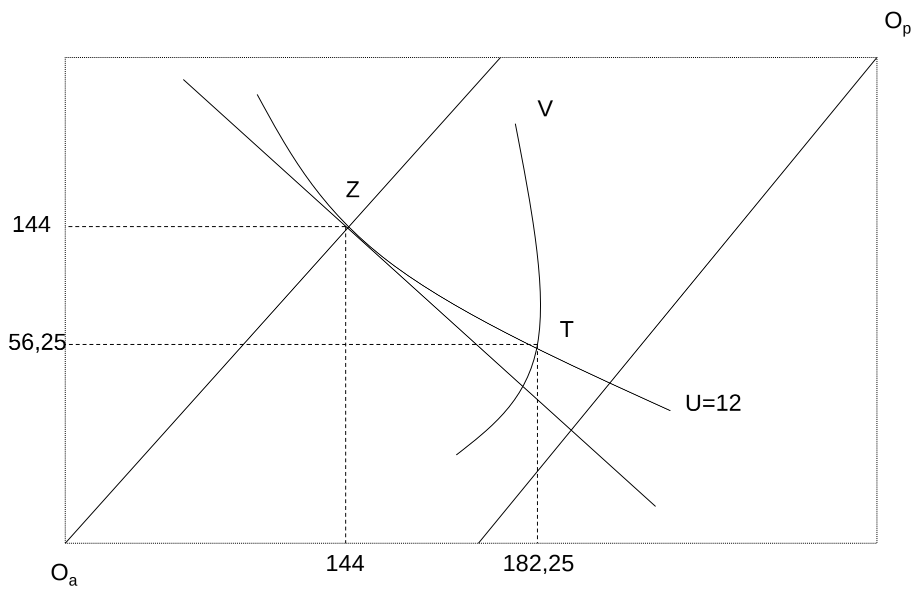
$$\boxed{0,75 * U_{Ag}(w_E) + 0,25 * U_{Ag}(w_F) - 3 \geq 9} = U^r_{Ag} = \sqrt{81}$$

- Restricción de *incentivos*:

$$0,75 * U_{Ag}(w_E) + 0,25 * U_{Ag}(w_F) - 3 \geq 0,25 * U_{Ag}(w_E) + 0,75 * U_{Ag}(w_F)$$

$$\boxed{0,5 * \left[U_{Ag}(w_E) - U_{Ag}(w_F)\right] \geq 3}$$

- La primera condición requiere situarse, al menos, sobre *CI(**Z**)*.
- La segunda condición implica: $0.5\left[u(w_E) - u(w_F)\right] \geq 3$, lo que es lo mismo: $u(w_E) - u(w_F) \geq 6$, mínima diferencia para inducir esfuerzo A.



- Expresando las remuneraciones en términos de utilidad, llamando:

$$X_E = u(w_E)$$
$$X_F = u(w_F)$$

- Buscando el contrato más favorable al principal:

$$\begin{cases} 0,75X_E + 0,25X_F = 9 + 3 = 12 \;\Leftarrow\; \textit{restriccion de participacion} \\ X_E - X_F = 6 \;\Leftarrow\; \textit{restriccion de incentivos} \end{cases}$$

$$X_E = 13,5 \Rightarrow W_E = 182,25$$
$$X_F = 7,5 \Rightarrow W_F = 56,25$$
$$(182,25 \;\; ; \;\; 56,25) \text{ coordenadas punto } \boldsymbol{T}$$

- El costo para el principal del contrato sería:

$$0,75*(182,25)+0,25*(56,25)=150,75$$

$$BN_P^A=320-150,75=\boxed{169,25}$$

- Ahora al principal inducir esfuerzo *A* le cuesta más:150,75>144
- El *costo de no observar* la acción del agente (compensación por el riesgo asumido por el agente) es: 150,75-144 = 6,75
- El contrato óptimo se puede formular compuesto por:
  - una remuneración fija, más
  - una participación en los beneficios

$$w(\pi)=f+sBB$$

$$\begin{cases} w_E=f+sBB_E \\ w_F=f+sBB_F \end{cases}$$

$$s=\frac{w_E-f}{BB_E}$$

$$f=w_F-sBB_F$$

$$s=\frac{w_E-w_F-sBB_F}{BB_E}$$

$$s=\frac{w_E-w_F}{BB_E-BB_F}=\frac{182,25-56,25}{360-200}=0,7875$$

- Una manera general de plantear sintéticamente este problema de optimización es la siguiente:

$$\max_{w_E,w_F}\ 320-0,75w_E-0,25w_F$$

$$s.a.\ 0,75u(w_E)+0,25u(w_F)-3\geq 9$$

$$0,75u(w_E)+0,25u(w_F)-3\geq 0,25u(w_E)+0,75u(w_F)$$

2. Selección Adversa

- Este problema surge cuando la asimetría de información oculta características que son relevantes en la negociación y los agentes involucrados son aversos al riesgo (al menos alguno de ellos).

Un ejemplo: el mercado de paraguas

- Caso en el que c (costo medio y marginal) es igual para todos los productores.
- Dos tipos de paraguas.
- Los precios que los demandantes están dispuestos a pagar:
  - Buena calidad: $p_a=1400$
  - Baja calidad: $p_b=800$
- El problema para el comprador es que la calidad sólo se conoce a posteriori.

- Suponiendo que los fabricantes operan en un mercado competitivo y que producir los paraguas cuesta en promedio: $c = 1150$ (los buenos y los malos).
- Si los compradores juzgan la calidad de los paraguas en función de la calidad media vendida, siendo q la probabilidad (proporción) esperada de paraguas de buena calidad, el precio que están dispuestos a pagar sería: $p_m = q * 1400 + (1-q) * 800$
- Se podrían presentar tres posibles casos:
- Solo se producen paraguas de mala calidad:

$$p_b = 800 < c = 1150 \Rightarrow \text{no habrá mercado}$$

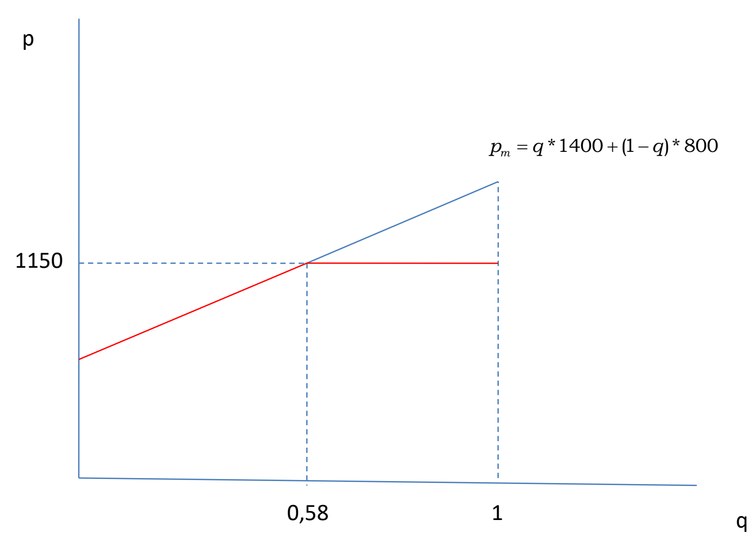
- Solo se producen paraguas de buena calidad:
  - La competencia haría que $p = c = 1150$
  - En este caso los consumidores estarían dispuestos a pagar:

$$p_m = 1400 > p = c = 1150 \Rightarrow \textit{excedente del consumidor}$$

- Se producen ambas calidades:
  - Como $p = 1150$, los consumidores deberán valorar los paraguas de calidad media al menos en 1150:

$$p_m = q * 1400 + (1-q) * 800 \geq 1150 \Rightarrow q = \frac{7}{12} = 0.5833$$

- Es decir, si 58% de los paraguas son de buena calidad, los consumidores estarán dispuestos a pagar 1150
- El equilibrio se puede representar de la siguiente manera:



- El mercado se encuentra en equilibrio *q=0,58.* Cualquier valor de q entre 0,58 y 1 es de equilibrio. En este rango, los consumidores valoraran los paraguas entre 1150 y 1400, dependiendo de q.

Caso en el que c varía con la calidad producida

- Buena calidad: *c=1150*
- Mala calidad: *c=1100*
- En este caso, el productor preferirá producir paraguas de mala calidad, ya que es el más rentable, dada la manera como se forma el precio esperado por los demandantes.
- La propensión a producir paraguas de mala calidad, reduce q y con ello p_m.
- Terminará produciéndose sólo paraguas de mala calidad. Al bajar p_m a 800, desaparecerá el mercado.

Caso de los mercados de carros usados

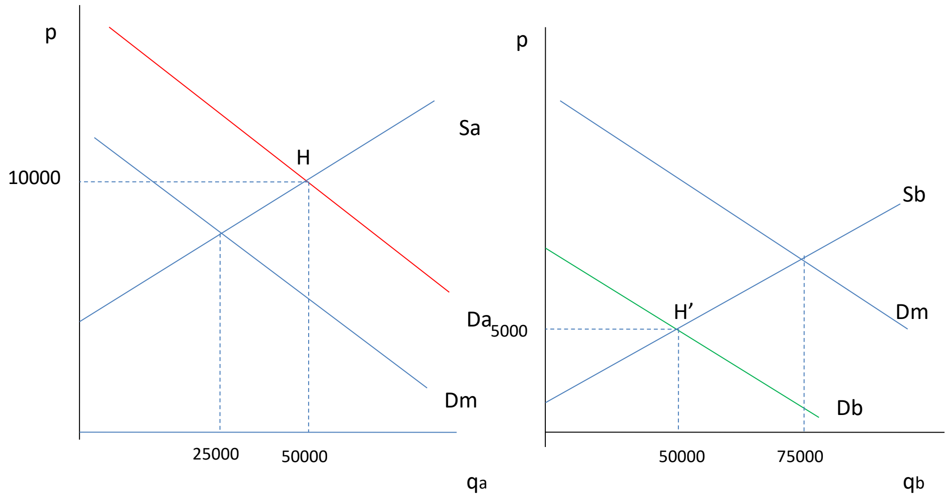
- Problema: el vendedor dispone de información que no tiene el comprador. El comprador está dispuesto a comprar si el precio no supera su valoración de la calidad media que espera conseguir. Pero la calidad media es la de los artículos en venta, la que a su vez está influida por el precio.
- Los precios ahora transmiten información sobre la calidad.

La selección adversa radica en que ha determinado precio sólo aparecen a la venta en el mercado el segmento de artículos de calidad inferior.

- En este caso, la caída del precio afecta la demanda en dos sentidos:
  - La cantidad demandada sube, dada la calidad.
  - La demanda se desplaza al caer el precio ya que se espera una reducción de la calidad.

$$\boxed{\frac{dD}{dp} = \underbrace{\left[\frac{dq_d}{dp}\right]_{cal}}_{-} + \underbrace{\left[\frac{dq_d}{d(cal)}\frac{d(cal)}{dp}\right]}_{+}}$$

- Su poniendo dos tipos de carros: A y B
- Si los compradores y vendedores tienen plena información se tendrían dos mercados diferenciados. Suponiendo que en los equilibrios de esos mercados se logran vender 50.000 carros de cada tipo:



- Pero si los vendedores conocen la calidad y los compradores no, los compradores formarán una expectativa sobre la calidad media y ajustarán el precio que están dispuestos a pagar a esta calidad media.
- En el gráfico esto se muestra como un desplazamiento de la curva de demanda a *Dm*.
- Suponiendo que los compradores esperan que le pueden ofrecer un carro de calidad *B* con una probabilidad *p=0,5*. Esto hará que, dados los precios que ofrecen los vendedores, se vendan menos carros de calidad *A* (25.000) y más de calidad *B* (75.000).
- A medida que los compradores constatan que aumenta la probabilidad de que le vendan carros de calidad *B*, van ajustando la demanda que se va desplazando hacia abajo, acercándose a *Db*.

Conclusión: *los carros de alta calidad desaparecen del mercado. En un caso extremo el mercado desaparece. El mercado pierde eficiencia como consecuencia de la asimetría de información.*

- Cuando tenemos un problema de selección adversa, no se pueden diferenciar los agentes o los bienes, ya que es *costoso* hacerlo y los agentes no tienen incentivos para revelar la información valiosa.
- *El tratamiento uniforme termina atrayendo a la fracción menos adecuada.*
- La solución o reducción del problema de solución adversa requiere que se puedan *diferenciar o separar* los agentes o los bienes de acuerdo con su calidad.
- Dependiendo de quién desarrolle la estrategia para producir un *equilibrio separador*, se puede hablar de:

- **Señalización**: si es *la parte más informada* la que trata de que se reconozca la diferenciación.
- **Screening**: si es *la parte menos informada* la que trata de diferenciar los agentes o los bienes que se diferencian en su calidad.

- Existen varios mecanismos posibles para inducir un ***equilibrio separador.*** En todo caso, el mecanismo para ser eficiente debe tener un ***costo*** suficiente para poder producir la diferenciación, de manera que *el de menos calidad no le sea rentable emitir la misma señal* que el de mayor calidad.

3. Señalización

- El agente más informado emite la señal para inducir una decisión sobre el menos informado.
- La señalización puede resolver un problema de información, pero tiene un costo, éste afecta negativamente el bienestar.
- Requisitos para que una señal sea efectiva:
  - Debe ser verificable
  - Debe ser creíble
  - Debe ser costosa y el costo debe diferir para varias calidades de emisores
- Los modelos de señalización suponen:
  - Los agentes informados mueven primero y emiten una señal
  - Los agentes no informados observan la señal de los diferentes agentes e infieren sobre la calidad con base en estas señales
- Mecanismos de señalización:
  - Garantías
  - Estándares de calidad
  - Reputación
  - Marcas
  - Cadenas de establecimientos
  - Títulos
  - Acreditación

Modelo de señalización: Caso mercado de trabajo

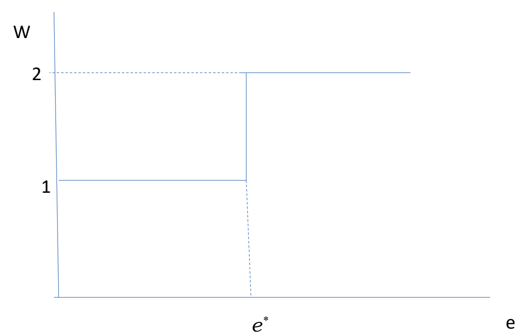
- Dos tipos de trabajadores:
  - Tipo B: baja productividad
  - Tipo A: alta productividad

- La empresa opera en un mercado competitivo. La maximización de beneficios exige que el salario a pagar debe guardar relación con la productividad marginal del trabajador.
- *La empresa no tiene información suficiente para identificar con qué tipo de trabajador está negociando.*
- La empresa puede utilizar la *educación como señal* de la productividad del trabajador e intentar definir una *política salarial que genere un equilibrio diferenciador* y así resolver el problema de la selección adversa: evitar que pague salarios altos a trabajadores de baja productividad.
- La clave de la educación como señal de productividad es que *el costo de alcanzar un nivel de educación dado sea más elevado para un trabajador B que para un trabajador A*:

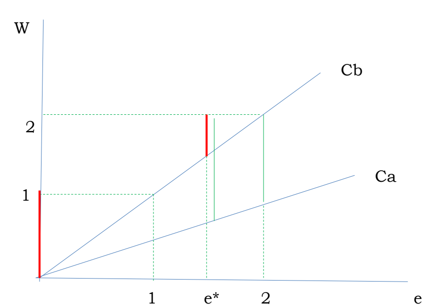
$$Ce_B > Ce_A;\ Ce_B = e;\ Ce_A = 0,5e$$

- La empresa fijará un nivel de educación crítico para diferenciar el salario que ofrecerá pagar:

$$e > e^* \Rightarrow A \Rightarrow w = 2$$
$$e < e^* \Rightarrow B \Rightarrow w = 1$$



- Ante la oferta salarial, los trabajadores se comportan en función de la maximización de sus funciones de utilidad neta las cuales dependen del salario ofrecido y los costos de emitir la señal correcta. La elección óptima equivale a maximizar la distancia entre w y C.



- Para los B la elección óptima: $e = 0$ (la utilidad neta es mayor)
- Para los A la elección óptima: $e = e^*$
- La selección de e^* debe permitir un equilibrio separador o discriminador.
- Formalmente, formulando las funciones de utilidad como:

$$u = u(w_i) - c_i(e_i)$$

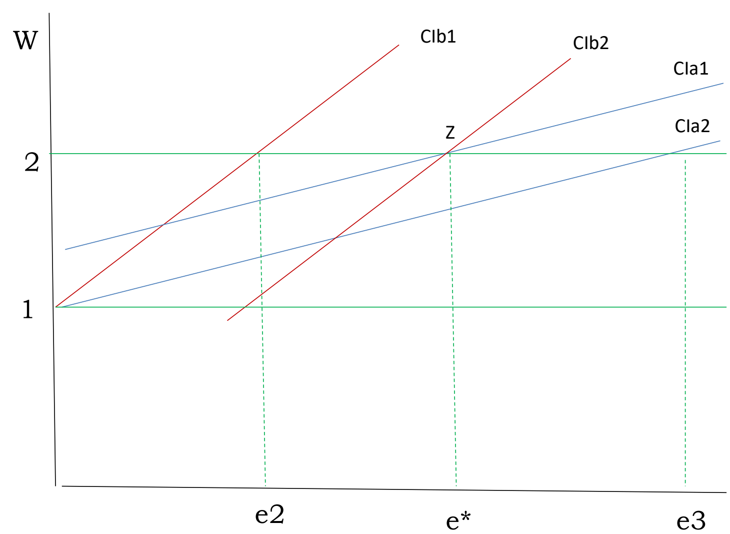
Derivando las pendientes de las CI

$$\bar{u} = u(w_i) - c_i(e_i)$$

$$0 = \frac{\partial u}{\partial w} dw - c_i de$$

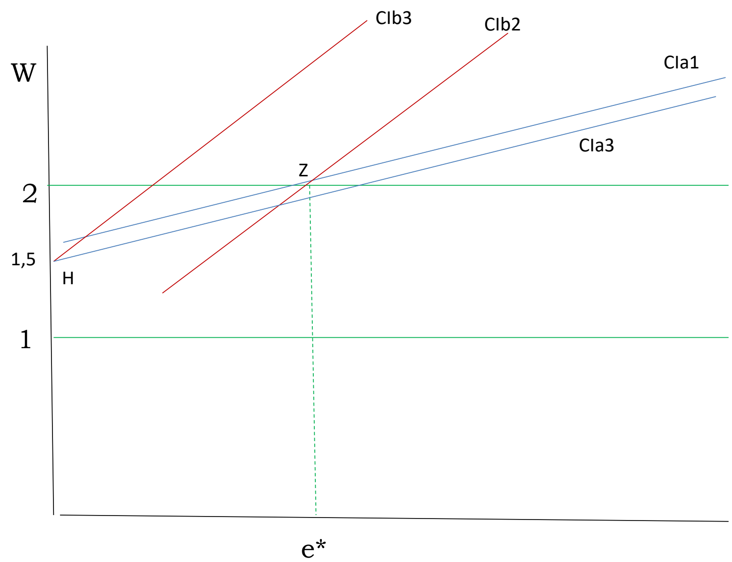
$$\frac{dw}{de} = \frac{c_i}{u'} > 0$$

- Si asumimos, por simplicidad, que los trabajadores son neutrales al riesgo: u' constante → las curvas de indiferencia tienen pendiente constante.



- Si los B tratan de alcanzar e^* o más reducirán su nivel de utilidad (*CIb2* o inferior). El nivel que más le conviene es *e=0 (CIb1).*
- Si los A sólo muestran *e=0* obtendrán un nivel de utilidad inferior (*CIa2*) a si obtienen *e* (CIa1).*
- La oferta salarial óptima para la empresa será ofrecer *w=2* a quien muestre $e \geq e^*$ y *w=1* a quien muestre $e < e^*$
- Si la empresa elige *e2*, a los B les será indiferente educarse o no, los A preferirán educarse → *la empresa no podría diferenciar.*
- Si la empresa elige *e3*, los B no se educarían y los A preferirían no educarse → *la empresa no podría diferenciar.*

- Si la empresa ofrece sólo un salario promedio ponderado por la productividad esperada (suponiendo que la probabilidad de B y A es 0,5), sólo se presentarían los trabajadores B: selección adversa.
- *El precio promedio aleja la venta del activo de mayor calidad y deja sólo el de peor calidad.* Comparando H (el punto de equilibrio) con Z, se observa que sólo estarán dispuestos a emplearse los B. No se logra un equilibrio separador.



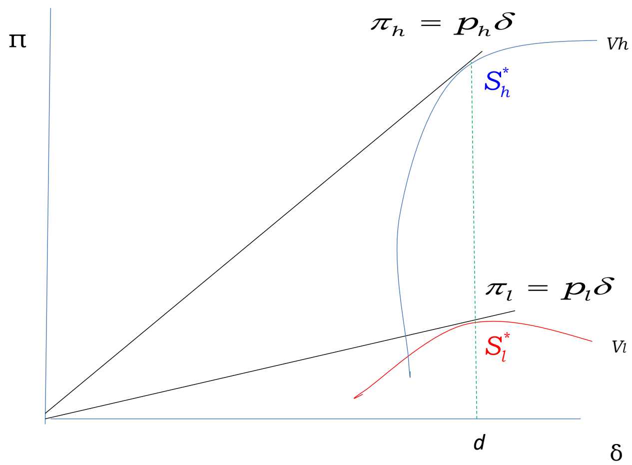
4. Screening

- Se habla de screening cuando la iniciativa la toma la parte menos informada.
- El punto aquí es el equilibrio separador y el asunto de la autoselección como estrategias para reducir los efectos de la información asimétrica.

Modelo de equilibrio separador y autoselección:

- Dos tipos de agentes:
  - Alto riesgo con probabilidad p_h
  - Bajo riesgo con probabilidad p_l
  - $\lambda_h + \lambda_l = 1$
- El ingreso entre los agentes es semejante (*r)* y pérdida por accidente (*d).*
- δ *:* cobertura
- π : costo del seguro
- Utilidad esperada del agente: $V_i(\delta,\pi) = p_i u(r - d + \delta - \pi) + [1 - p_i]u(r - \pi)$
- Si el agente no compra un seguro: $V_i(0,0) = p_i u(r - d) + (1 - p_i)u(r)$
- Si *u(.)* cóncava → aversión al riesgo
- Se supone que el proceso de negociación es el siguiente:

- Las aseguradoras ofrecen un menú de contratos de seguro: $S_i = (\delta_i, \pi_i)$
- Los consumidores eligen su contrato preferido (se autoseleccionan).
- *Equilibrio con información perfecta*: las empresas conocen cada tipo de cliente.



- V_h y V_l son las *CI*, cóncavas por ser aversos al riesgo
- La CI_h (alto riesgo) es más inclinada que CI_l *(bajo riesgo)*: el deseo de pagar una cobertura extra se incrementa con la *p* de tener un accidente.
- Como las empresas observan el riesgo ofrecen *contratos diferenciados*:

$$\pi_h = p_h\delta$$
$$\pi_l = p_l\delta$$

- Los compradores eligen los contratos que maximizan *V*. Si las primas son justas se aseguran completamente: $\delta = d$
- El equilibrio competitivo se alcanza en:

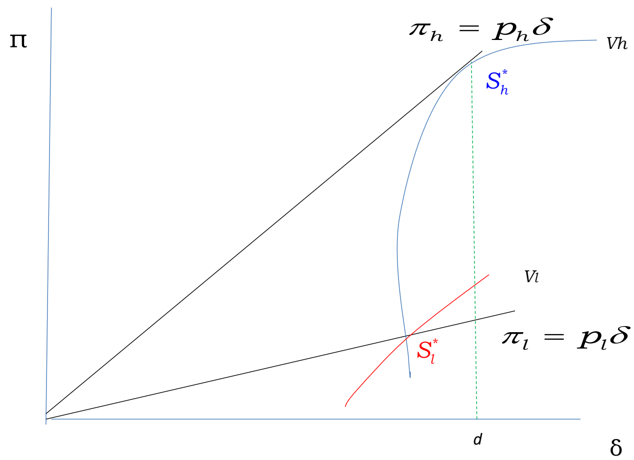
$$S_h^*(d, p_h d)$$
$$S_l^*(d, p_l d)$$

Equilibrio con información imperfecta

- Las empresas no pueden distinguir los clientes.
- Si las empresas ofrecen dos contratos y si no dan las señales correctas, los dos tipos de clientes preferirán el contrato ofrecido para los de bajo riesgo (selección adversa) → las empresas tendrán pérdidas.
- *El problema para las empresas es cómo diseñar contratos que separen los **l** de los **h**.* Es decir, los contratos ofrecidos tienen que producir la *autoselección*.
- Un requisito es que se le debe ofrecer a ***l*** un contrato que al menos le genere la utilidad de *Sh*. A los ***h*** hay que ofrecerle un contrato que al menos le genere la utilidad de *Sl*. Las restricciones de autoselección serán:

$$\boxed{\begin{array}{l} V_l(S_l) \geq V_l(S_h) \\ V_h(S_h) \geq V_h(S_l) \end{array}}$$

- La única manera de producir un equilibrio separador es ofrecer *seguro pleno* a los ***h*** y *parcial* a los ***l***. La cobertura parcial a los *l* vendrá dada por el punto de corte entre las dos CI.



- Así los ***l*** (bajo riesgo) quedan restringidos (sólo obtienen cobertura parcial) por los *h* (altos riesgos), como siempre va a suceder cuando tenemos información asimétrica.
- En esto radica el problema de eficiencia. *Aunque se logre un equilibrio separador, los **l** tendrán muy poca cobertura* (aquí están las pérdidas de bienestar).
- Si no fuese posible el equilibrio separador, las pérdidas de eficiencia serían aún mayores, incluso el mercado podría desaparecer (caso del seguro para los ancianos).

5. Franquicias y Señalización

Caso de Información Perfecta

- Se trata de una relación de negocios vertical entre un monopolista fabricante - mayorista (*M*) y un vendedor monopolista de ventas al detal (*D*).
- La función de demanda final es: $p = a - bq$
- Se supone que el único costo de *D* es la compra del producto a *M*, a un precio υ (precio de transferencia). El costo marginal (c) es constante.
- Por razones de cálculo se asume $a>c$ (costo marginal)
- El resultado óptimo (si la información es perfecta) sería la **integración** de *M* y *D*.
- *Si operan separadamente M y D*:
    - Maximización de π_d:

$$\max \ \pi_d = pq - vq = (a - bq)q - vq$$

Por CPO:

$$\boxed{q = \frac{a-v}{2b}}; \quad \boxed{p = \frac{a+v}{2} = v + \frac{a-v}{2}}$$

$$\boxed{\pi_d = (p-v)q = \frac{(a-v)^2}{4b}}$$

$$\frac{\partial \pi_d}{\partial v} < 0; \quad \frac{\partial \pi_d}{\partial b} < 0; \quad \frac{\partial \pi_d}{\partial a} > 0$$

- Nota: observar que q son las ventas finales y las compras a M
- El problema para M es elegir v de tal manera que maximice π_m:

$$\pi_m = vq - cq$$

$$q = \frac{a-v}{2b}$$

$$\pi_m = \frac{(v-c)(a-v)}{2b}$$

$$\underset{v}{Max} \ \pi_m \Rightarrow \frac{\partial \pi_m}{\partial v} = \frac{a - 2v + c}{2b}$$

$$CPO: \ \frac{a-2v+c}{2b} = 0 \Rightarrow \boxed{v = c + \frac{a-c}{2}}$$

$$\text{Como } p = v + \frac{a-v}{2} = \frac{a+v}{2}$$

- Esto implica que para maximizar π_m:

$$\boxed{p = \frac{3a+c}{4}}; \quad \boxed{q = \frac{a-c}{4b}}; \quad \boxed{\pi_m = \frac{(a-c)^2}{8b}}; \quad \boxed{\pi_d = \frac{(a-c)^2}{16b}}; \quad \boxed{\pi_T = \frac{3(a-c)^2}{16b}}$$

Si M y D se integran o se fusionan:

$$\max_q \ \pi_i = pq - cq = (a - bq)q - cq$$

$$CPO:$$

$$\boxed{q_i = \frac{a-c}{2b}}; \quad \boxed{p_i = \frac{a+c}{2}}; \quad \boxed{\pi_i = \frac{(a-c)^2}{4b}}$$

- Comparando la situación integrada con la separada:

$$p_i < p \ ; \ q_i > q \ ; \ \pi_i > \pi_T$$

Conclusión: Sin integración se dejan de obtener beneficios. La razón de este resultado es que el doble monopolio reduce excesivamente la producción con respecto a la solución integrada. La aplicación por dos veces de un precio superior al costo marginal ($p>v>c$) explica este resultado.

Franquicia

- M establece una tarifa (T) que será pagada por quien adquiere la franquicia: $T = F + vq$
- Para D el costo marginal es v, la cantidad vendida y el beneficio máximo serán:

$$\boxed{q = \frac{a-v}{2b}};\quad \boxed{\pi_d = \frac{(a-v)^2}{4b}}$$

- π_d son los beneficios brutos. Ahora hay que distinguir estos de los π_{dnet}, ya que deben considerarse los pagos por la franquicia (F):

$$\pi_{dnet} = \frac{(a-v)^2}{4b} - F$$

- M debe fijar F de manera que maximice sus beneficios y otorgue los suficientes incentivos a D para comprar la franquicia. Si M absorbe todos los beneficios brutos de D:

$$F_{\max} = \frac{(a-v)^2}{4b};\quad \frac{\partial F_{\max}}{\partial v} < 0$$

- Nota: Observar que hay una relación negativa entre F y v, que son los dos elementos de T
- Ahora los beneficios de M constan de dos partes: los ingresos por franquicia y los beneficios que dependen de las unidades vendidas. *En el caso de la extracción máxima* de los beneficios brutos de D:

$$\pi_m = F_{\max} + (v-c)q = \frac{(a-v)^2}{4b} + (v-c)\frac{a-v}{2b}$$

- En este caso de extracción máxima: ¿Cómo elige M el precio de transferencia (v) de tal manera que se maximicen sus beneficios?

$$\max_{v} \quad \pi_{\mathrm{m}} = \frac{(a-v)^2}{4b} + (v-c)\frac{a-v}{2b}$$

$$CPO: \quad \frac{\partial \pi_{\mathrm{m}}}{v} \Rightarrow \boxed{v = c}$$

$$\boxed{\pi_{\mathrm{m}} = \frac{(a-v)^2}{4b} = \pi_i}$$

$$\boxed{\pi_D = 0}$$

- Es decir, sí M cobra una franquicia máxima (Fmax) obtendría los mismos beneficios que si operara integradamente (fusión entre M y D).
- Si F=0 y con v=c, todo el beneficio integrado iría a manos de D.
- La distribución entre M y D dependerá de cómo se estructure T.

Caso de Información Asimétrica

- Si quien tiene información sobre la demanda es *M*, ya que conoce su producto, se estaría en una situación de asimetría de información.
- El problema aquí para *M* es cómo señalizar a *D* (el comprador potencial de la franquicia) que el producto que el ofrece es de demanda alta (*A*) y no baja (*B*).
- Suponiendo que la función de demanda viene dada por:

$$q = t - p; \quad t = A, B$$
$$p = t - q$$

- En el caso de información perfecta, la eficiencia requiere:

$$T = F + \upsilon q; \quad \upsilon = c$$
$$\pi_{dnet} = (p - c)(t - p) - F$$
$$\boxed{p = \frac{c+t}{2}}; \quad \boxed{q = \frac{t-c}{2}}; \quad \boxed{\pi_{\mathrm{d}} = \frac{(t-c)^2}{4}}$$

- Estos serían los beneficios que podrían ser absorbidos en forma de *F*
- Tanto el *M* de demanda alta (*A*), como el de demanda baja (*B*), tienen incentivos para fijar un *F* correspondiente al de demanda alta. Si esto fuera así el beneficio *esperado* por *D* sería negativo (problema de selección adversa).
- El problema se resuelve con señalización por parte de los *M* con demanda alta.
- Sean *FA* y *υA* la franquicia y el precio de transferencia de los *M* que saben que su producto es de demanda alta ($q_A = t_A - p$). Sean *FB* y *υB* la franquicia y el precio de transferencia de los *M* que saben que su producto es de demanda baja ($q_B = t_B - p$).
- Los beneficios de *M* serían los que provienen de la franquicia más los que dependen de las unidades vendidas:
- Para que *FA* y *υA* sean realmente óptimos se tiene que cumplir:
  - Sí la demanda es *A*, *FA* y *υA* deben ser más rentables que *FB* y *υB:*

$$F_A + (\upsilon_A - c)\frac{t_A - \upsilon_A}{2} \geq F_B + (\upsilon_B - c)\frac{t_A - \upsilon_B}{2}$$

  - Sí la demanda es *B*, *FB* y *υB* deben ser más rentables que *FA* y *υA:*

$$F_B + (\upsilon_B - c)\frac{t_B - \upsilon_B}{2} \geq F_A + (\upsilon_A - c)\frac{t_B - \upsilon_A}{2}$$

- Sumando ambas condiciones y despejando:

$$(t_A - t_B)(\upsilon_A - \upsilon_B) \geq 0 \Rightarrow t_A > t_B \Rightarrow \upsilon_A \geq \upsilon_B$$

- Nota: la compatibilidad de incentivos supone una relación monótona entre t_i y υ_i. Por ello para señalizar la demanda *A*, el precio de transferencia ha de ser no inferior que el del caso de demanda *B*, y esto requiere: $v_a \geq c$ .Es decir, $v_a \geq c$ puede señalizar *A*, aunque ello puede implicar: $F_A < F_B$

> **Conclusión**: Un fabricante con un producto con demanda alta puede aceptar una reducción de *F* a cambio de *incrementar los beneficios variables*, ya que estos son mayores si se incrementan las ventas. Así *M* señaliza su convicción de que la demanda es Alta, haciéndose el mismo más dependiente del componente no fijo de sus beneficios. Es decir, *asumiendo parte del riesgo*.
>
> Los productores que creen que su producto es de demanda baja, no pueden hacer lo mismo y por ello descansarán más en *F* (renta fija) y el riesgo lo asumirán D.

6. Microcrédito e información asimétrica:

- Debido a la información asimétrica se altera el funcionamiento de los mercados financieros provocando alzas en las tasas de interés y racionamiento del crédito.
- La tasa de interés real de los prestamistas privados es muy alta (150%)
- Desde el punto de vista del bienestar, mejorar el acceso al crédito puede aumentar la inversión significativamente y mejorar el ingreso (reducir la pobreza) → crecimiento económico y mayor bienestar social
- ¿Por qué los bancos se resisten a atender este mercado?
  - Dificultad y altos costos de acceso a la información para poder discriminar los clientes (selección adversa)
  - Escaso control sobre las condiciones de devolución de los créditos (azar moral)
  - No hay economías de escala
- En el caso Grameen Bank (Profesor Muhammad Yunus, Bangladesh):
  - El papel principal del Banco Grameen es proporcionar microcréditos: grupos de entre cinco y diez individuos reciben dinero en préstamo, con muy pocos requisitos, pero el grupo entero pierde la posibilidad de nuevos créditos si uno de ellos no logra cancelar. Esto crea incentivos económicos para que el grupo actúe de forma responsable, haciendo que el banco resulte económicamente viable. Los costos de información y monitoreo se reducen significativamente y los absorben los clientes.
  - La gran mayoría de los clientes (96%) son mujeres. El historial de pagos del banco es sorprendente, con 475.000 préstamos y el 98,85% de los créditos que son devueltos (datos de agosto de 2006).
  - El Banco Grameen cobra alrededor de una tasa de interés real de 20%.
  - Este procedimiento implica:
    - Como la calidad del grupo influye, los miembros principales resuelven el problema de selección adversa.
    - Hay poderosos incentivos para ayudarse mutuamente y tener éxito.

- Los costos de monitoreo lo realizan los propios solicitantes y no el banco, minimizando el azar moral.
- Los costos reputacionales son muy altos, esto sustituye la carencia de garantías.

Tema 9: Externalidades

1. Introducción Externalidades

- Problema de eficiencia: *los precios no contienen toda la información* y, por ello, o no reflejan los verdaderos costos marginales (los costos marginales privados y sociales difieren) (caso de externalidades negativas) o no reflejan los verdaderos beneficios marginales (los beneficios marginales privados y sociales difieren) (caso de externalidades positivas). En consecuencia, los precios dejan de ser precios de eficiencia paretiana ($p = Cmg$).

- Las externalidades suelen clasificarse en:
  - Externalidades negativas
  - Externalidades positivas
  - Externalidades en la producción
  - Externalidades en el consumo

2. Externalidades en la producción:

- Suponiendo dos empresas que operan en sectores distintos (*i* y *j*)

$$\pi_i = p_i q_i - C_i(q_i)$$
$$\pi_j = p_j q_j - C_j(q_i, q_j)$$

- El óptimo social se alcanza cuando:

$$Max\pi = \pi_i + \pi_j = p_i q_i + p_j q_j - C_i(q_i) - C_j(q_i, q_j)$$

- Por CPO:

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_i} = p_i - \frac{\partial C_i}{\partial q_i} - \frac{\partial C_j}{\partial q_i} = 0$$
$$\frac{\partial \pi}{\partial q_j} = p_j - \frac{\partial C_j}{\partial q_j} = 0$$

- El problema es que la empresa *i* elegirá con base en $p_i = \frac{\partial C_i}{\partial q_i}$, *sin tomar en cuenta* $\frac{\partial C_j}{\partial q_i} > 0 \Rightarrow$ la empresa *i* termina produciendo demasiado y la *j* por debajo del óptimo.

3. Externalidades en el Consumo:

- Supongamos dos agentes (α, β) que consumen dos bienes (*A*, *B*).

$$U^{\alpha} = U^{\alpha}(A^{\alpha}, B^{\alpha})$$
$$U^{\beta} = U^{\beta}\left(A^{\beta}, B^{\beta}, A^{\alpha}\right)$$
$$\bar{A} = A^{\alpha} + A^{\beta}$$
$$\bar{B} = B^{\alpha} + B^{\beta}$$

- Resolución problema de maximización para α:

$$\underset{A^{\alpha}, B^{\alpha}}{Max} \; U^{\alpha} = U^{\alpha}(A^{\alpha}, B^{\alpha})$$
$$sa \;\; \bar{U}^{\beta} = U^{\beta}\left(A^{\beta}, B^{\beta}, A^{\alpha}\right)$$
$$\bar{A} = A^{\alpha} + A^{\beta}$$
$$\bar{B} = B^{\alpha} + B^{\beta}$$
$$Z = U^{\alpha}(A^{\alpha}, B^{\alpha}) + \lambda\left[\bar{U}^{\beta} - U^{\beta}\left(\bar{A} - A^{\alpha}, \; \bar{B} - B^{\alpha}, A^{\alpha}\right)\right]$$

Por CPO:

$$U_a^{\alpha} + \lambda\left[U_a^{\beta} - U_{a_{\alpha}}^{\beta}\right] = 0 \Rightarrow U_a^{\alpha} = -\lambda\left[U_a^{\beta} - U_{a_{\alpha}}^{\beta}\right]$$
$$U_b^{\alpha} + \lambda\left[U_b^{\beta}\right] = 0 \Rightarrow U_b^{\alpha} = -\lambda\left[U_b^{\beta}\right]$$

$$\boxed{TMS_{BA}^{\alpha} = \frac{U_a^{\alpha}}{U_b^{\alpha}} = \frac{-\lambda\left[U_a^{\beta} - U_{a_{\alpha}}^{\beta}\right]}{-\lambda\left[U_b^{\beta}\right]} = \frac{U_a^{\beta}}{U_b^{\beta}} - \frac{U_{a_{\alpha}}^{\beta}}{U_b^{\beta}} = TMS_{BA}^{\beta} - \frac{U_{a_{\alpha}}^{\beta}}{U_b^{\beta}}}$$

- Sí $U_{a_{\alpha}}^{\beta}$ >0 (*externalidad positiva*) $\Rightarrow TMS_{BA}^{\beta} > TMS_{BA}^{\alpha}$
- Sí $U_{a_{\alpha}}^{\beta}$ <0 (*externalidad negativa*) $\Rightarrow TMS_{BA}^{\beta} < TMS_{BA}^{\alpha}$
- En ambos casos la solución de equilibrio **no es eficiente** en términos paretianos.

4. Equilibrio General e Ineficiencia Paretiana cuando hay externalidades:

- Caso: se producen 2 bienes *x, y*. Hay un solo consumidor y un solo factor de producción.

$$x = \frac{Lx}{2}$$
$$y = Ly + x$$

- Lx y Ly cantidades utilizadas en la producción de los bienes del único factor existente, disponiéndose de $\bar{L}$. Observar que hay una externalidad ¿de qué tipo?
- $U = xy$ función de bienestar social
- En el ejercicio, la empresa que produce el bien x genera un efecto *positivo* externo sobre la empresa que produce y:

$$y = Ly + x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 1 > 0$$

$$x = Lx \Rightarrow \frac{dx}{dy} = 0 \quad \text{y no tiene efectos sobre x}$$

- Determinar:
  - Óptimo de Pareto
  - *EGC*
  - ¿por qué el *EGC* no es un óptimo de Pareto?
- Derivación del Optimo de Pareto

$$\underset{x,y}{Max}\, U = U(x, y)$$

$$s.a.(x, y) \in FPP$$

$$CPO:$$

$$RMSy, x = RMTy, x \Rightarrow -\frac{U'x}{U'y} = \left.\frac{dy}{dx}\right]_{FPP}$$

$$FPP:$$

$$\left.\begin{array}{l} x = \dfrac{Lx}{2} \Rightarrow Lx = 2x \\ y = Ly + x \Rightarrow Ly = y - x \\ \bar{L} = Lx + Ly \end{array}\right\} \bar{L} = 2x + y - x \Rightarrow \boxed{y = \bar{L} - x} \quad (\text{dado que } L_i \geq 0)$$

- Nota: cuando hay externalidades en la producción (cuando la producción de una empresa afecta el nivel de producción de otra), *hay que poner especial cuidado a la hora de delimitar el conjunto de posibilidades de producción.*

- Los puntos que recogen los máximos de producción de x e y son:

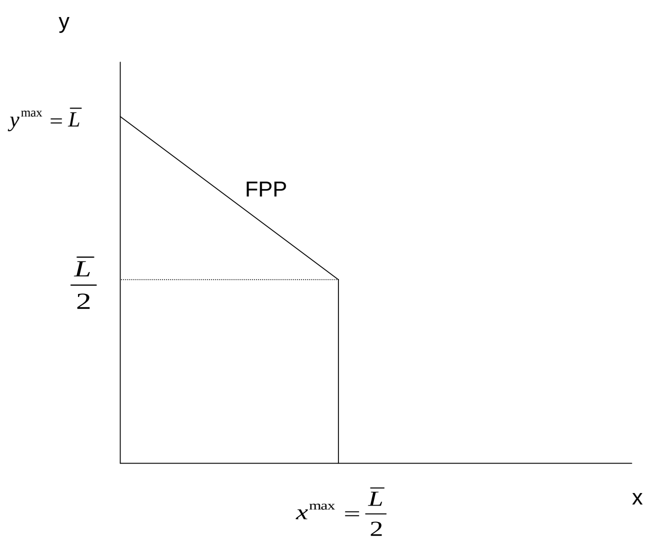
$$(Lx, Ly) = (\bar{L}, 0) \Rightarrow x^{\max} = F(\bar{L}) = \frac{\bar{L}}{2}; y = G(0, x^{\max}) = 0 + x^{\max} = \frac{\bar{L}}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{(x^{\max}, y) = (\frac{\bar{L}}{2}, \frac{\bar{L}}{2})}$$

$$(Lx, Ly) = (0, \bar{L}) \Rightarrow y^{\max} = G(\bar{L}, x) = \bar{L} \Rightarrow \boxed{(x, y^{\max}) = (0, \bar{L})}$$

- Esto quiere decir que cuando existen externalidades $x^{\max}$ no se corresponde con una producción nula de y

- La *FPP* es la siguiente: $y = \bar{L} - x \quad \forall x \leq \dfrac{\bar{L}}{2}$



- Como *FPP* es lineal la *RMT* es constante: $RMTyx = \left.\dfrac{dy}{dx}\right]_{FPP} = -1 \Rightarrow$ si se desea aumentar la producción de x en una unidad hay que reducir la de y en una unidad (costo de oportunidad para la sociedad).

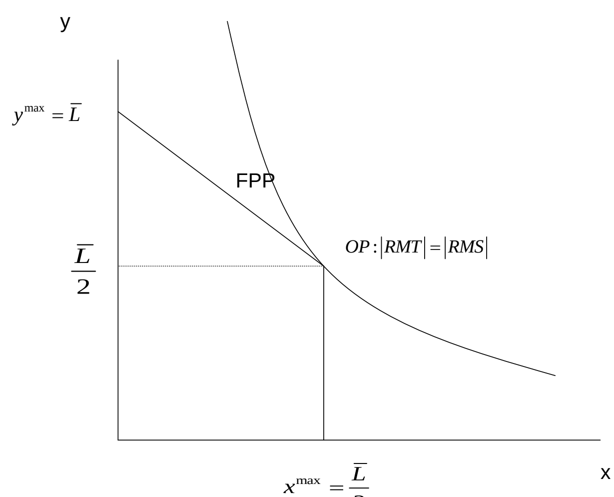
La asignación OP:

$$\underset{x,y}{Max}\, U = xy$$
$$s.a. \quad y = \bar{L} - x$$
$$x \leq \frac{\bar{L}}{2}$$

- CPO:

$$\left.\begin{aligned} RMSyx = RMTyx \Rightarrow -\frac{y}{x} = -1 \\ y = \bar{L} - x \\ x \leq \frac{\bar{L}}{2} \end{aligned}\right\} \boxed{x^{op} = y^{op} = \frac{\bar{L}}{2}}$$

- Con preferencias convexas:



Soluciones de EGC

- Corresponde a aquella asignación en la que se verifica que todos los agentes, tomando como dados los precios de bienes y factores, adoptan decisiones óptimas y compatibles actuando de manera independiente.
- La asignación correspondiente al *EGC*:

$$EGC = \{x, y, Lx, Ly, p_x, p_y, W\}$$

- Esto debe corresponder a una situación donde los mercados de bienes y factores se vacíen y:
  - Cada empresa maximice su beneficio
  - El consumidor (la sociedad) maximice su utilidad
  - La economía esté sobre su *FPP*
  - Los mercados deben estar en equilibrio (mercado de factores y de bienes)
- El modelo para derivar las soluciones de *EGC* viene dado por:

$$EGC\begin{cases} \left.\begin{array}{l} 1) p_x = C'_x \\ 2) p_y = C'_y \end{array}\right\} \text{maximización de beneficios} \\ \left.\begin{array}{l} 3) |RMSyx| = \dfrac{p_x}{p_y} \\ 4) (x,y) \in FPP \end{array}\right\} \text{maximización de bienestar} \\ \left.\begin{array}{l} 5) \bar{L} = L_x + L_y \\ 6) y = y \text{ (producción de } y \text{ =demanda de } y\text{)} \end{array}\right\} \text{equilibrio en mercados} \\ \left. 7) p_y = 1 \right\} \text{numerario} \end{cases}$$

- Condiciones de maximización de beneficios:
  - Empresa x:

$$\left.\begin{cases} x = \dfrac{Lx}{2} \Rightarrow Lx = 2x \\ C = wLx \end{cases}\right\} \Rightarrow C_x(x) = 2wx \Rightarrow \boxed{C'_x = 2w = p_x}$$

- Empresa y:

$$\left.\begin{cases} y = Ly + x \Rightarrow Ly = y - x \\ C = wLy \end{cases}\right\} \Rightarrow C_y(y,x) = w(y-x) \Rightarrow \boxed{C'_y = w = p_y}$$

$$EGC\begin{cases} 1) p_x = 2w \\ 2) p_y = w \\ 3) \dfrac{y}{x} = \dfrac{p_x}{p_y} \\ 4) y = \bar{L} - x \quad \forall x \leq \dfrac{\bar{L}}{2} \\ 5) \bar{L} = L_x + L_y \\ 6) y = y \text{ (producción de } y \text{ =demanda de } y\text{)} \\ 7) p_y = 1 \end{cases}$$

- Para obtener el vector de precios de equilibrio: utilizar ecuaciones (1), (2) y (5)

$$\boxed{(p_x, p_y, w)^{EGC} = (2,1,1)}$$

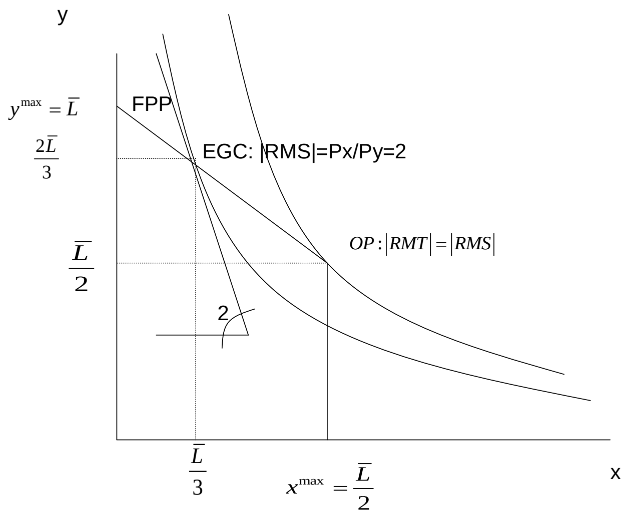
- Sustituyendo los precios relativos en (3) y teniendo en cuenta (4):

$$\frac{y}{x} = 2 \Rightarrow y = 2x$$

$$y = \bar{L} - x \ \forall x \leq \frac{\bar{L}}{2} \Rightarrow 2x = \bar{L} - x;\ 3x = \bar{L};\ x = \frac{\bar{L}}{3},\ y = \frac{2\bar{L}}{3}$$

$$\boxed{(x, y)^{EGC} = \left(\frac{\bar{L}}{3}, \frac{2\bar{L}}{3}\right)}$$

- ¿Es el *EGC* un *OP*?.... **No** (ver la solución gráfica del modelo)



- Nota: La principal consecuencia económica de los efectos externos es que generan *ineficiencias en la asignación de los recursos* ($EGC \neq OP$). El origen de estas ineficiencias está en el hecho de que cada agente toma sus decisiones de acuerdo únicamente con sus costos privados, sin considerar el impacto que sus decisiones pueden tener sobre la función objetivo de los demás agentes.
- La comprobación de que *EGC* no es *OP*:

$$C_x(x) + C_y(y,x) = wLx(x) + wLy(y,x) = w\left[Lx(x) + Ly(y,x)\right] = w\bar{L}$$

- Diferenciando totalmente:

$$d\left[C_x + C_y\right] = d(w\bar{L}) \equiv 0$$

$$\frac{\partial C_x}{\partial x}dx + \frac{\partial C_y}{\partial y}dy + \frac{\partial C_y}{\partial x}dx = 0$$

$$-\frac{dy}{dx} \equiv |RMTyx| = \frac{C'_x + \frac{\partial C_y}{\partial x}}{C'_y} \neq \frac{C'_x}{C'_y}$$

$$\boxed{C'^S_x = C'_x + \frac{\partial C_y}{\partial x}}; \quad \boxed{\frac{\partial C_y}{\partial x} = -w}$$

- Como en este caso la externalidad es positiva $\left(\frac{\partial C_y}{\partial x} < 0\right)$, los costos marginales sociales asociados a *x* serán menores que los privados: $C_x'^S < C_x'$
- En el caso del sector donde se produce *y*:

$$\frac{\partial C_x(x)}{\partial y} = 0 \Rightarrow C_y'^S = C_y'$$

- Nota: En general, la $|RMT|$ es una medida de los costos marginales sociales relativos:

$$|RMTyx| = \frac{C_x'^S}{C_y'^S}$$

- En el *EGC*:

$$\left.\begin{cases} Max\ \ U(x,y) \Rightarrow |RMSyx| = \dfrac{p_x}{p_y} \\ Max\ \ B(x) \Rightarrow C_x' = p_x \\ Max\ \ B(y) \Rightarrow C_y' = p_y \end{cases}\right\} \Rightarrow |RMSyx| = \frac{p_x}{p_y} = \frac{C_x'}{C_y'} \neq |RMTyx|$$

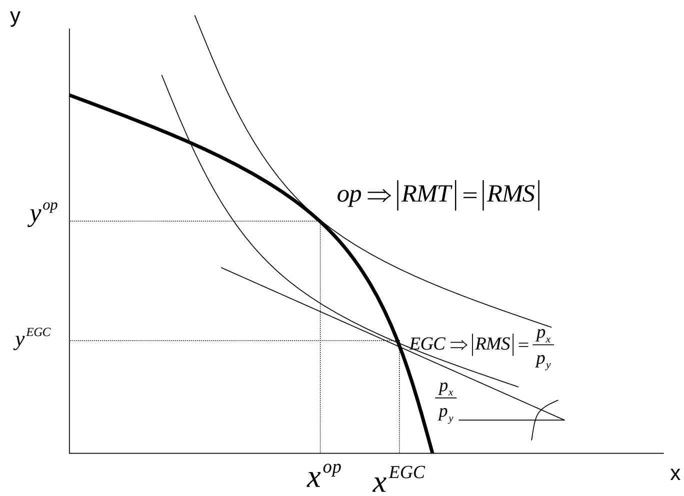
- En el *OP*:

$$|RMSyx| = |RMTyx| = \frac{C_x'^S}{C_y'^S}$$

- Con externalidades $EGC \neq OP$. En este caso:

$$|RMTyx| < \frac{C_x'}{C_y'} = \frac{p_x}{p_y} = |RMSyx| \Rightarrow |RMTyx| < |RMSyx| = \frac{p_x}{p_y}$$

- El mercado conduce a una asignación donde la producción de *x* es *menor* que la socialmente óptima, mientras que *y* es *mayor* que la que correspondería a un *OP*.
- Si *x* hubiera tenido un *efecto externo negativo* sobre y tendríamos:



5. Soluciones típicas a un problema de externalidad:

- Fusión e internalización
- Impuesto pigouviano
- Creación de un mercado para negociar los efectos de la externalidad
- Retomando el caso de la acería (s) y la factoría de pescado (f).
  - Empresa S produce acero s y contaminación x
  - Empresa F produce pescado y es afectada por x
  - $C_s(s,x) \rightarrow \frac{\partial C_s}{\partial x} < 0 \Rightarrow$ la reducción de la contaminación incrementa los costos de S.
  - $C_f(f,x) \rightarrow \frac{\partial C_f}{\partial x} > 0 \Rightarrow$ la contaminación producida por S incrementa los costos de F.
  - La optimización de los beneficios privados de S requiere:

$$\underset{s,x}{Max}\ p_s s - C_s(s,x)$$
$$CPO:$$
$$p_s = \frac{\partial C_s(s^m, x^m)}{\partial s}$$
$$0 = \frac{\partial C_s\left(s^m, x^m\right)}{\partial x}$$

- Es como si el costo de producir x para S es cero. Por ello producirá s hasta que maximice el beneficio sin tomar en cuenta la externalidad.
- La optimización de los beneficios privados de F requiere:

$$Max\ p_f f - C_f(f,x)$$
$$Por\ \ CPO:$$
$$p_f = \frac{\partial C_f\left(f^m, x^m\right)}{\partial f}$$

- F no tiene control sobre x.
- En esta economía se producirá en exceso s y x, y en defecto f.

Internalización:

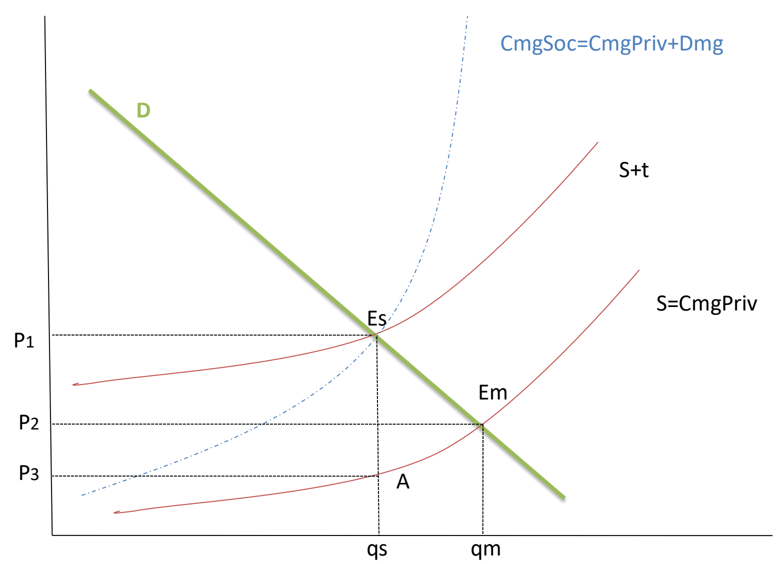
- Posible solución paretiana.
- Si las empresas se fusionan, la externalidad se internaliza ya que ahora se trata de maximizar los beneficios conjuntos.

$$\underset{s,f,x}{Max}\ \ p_s s + p_f f - C_s(s,x) - C_f(f,x)$$
$$Por\ \ CPO:$$
$$p_s = \frac{\partial C_s(s^*, x^*)}{\partial s}$$
$$p_f = \frac{\partial C_f\left(f^*, x^*\right)}{\partial f}$$
$$0 = \frac{\partial C_s\left(s^*, x^*\right)}{\partial x} + \frac{\partial C_f\left(f^*, x^*\right)}{\partial x}$$

- La fijación de la producción de *s, f* y *x* **toma en cuenta el efecto de *x*** en ambas actividades, generando la maximización conjunta e **internalizando los efectos** de la contaminación: $-C_s' = C_f'$
- ¿Por qué razón las empresas se van a fusionar? hay muchas razones que impedirán que eso pase.
- La internalización siempre implica la generación de mayor concentración y con ello el poder de mercado, problema que afecta negativamente la eficiencia y el bienestar. *Las pérdidas de bienestar por ejercicio del poder monopólico pueden más que compensar la eliminación de la externalidad.*
- ¿Por qué los agentes económicos querrán unir sus propiedades? No hay ninguna razón para esperar eso. En muchos casos la internalización será una solución inviable.

Impuestos Pigouvianos

- El impuesto pigouviano se fija en función del daño marginal causado, comparado con la solución eficiente:



- El impuesto por unidad producida y vendida será $t = \overline{E_S A} = Dmg$ para q_S
  - El impuesto *equivale,* desde la perspectiva del consumidor, a un incremento en los costos, pero no es un incremento de costos. Es por eso que lo representamos como un desplazamiento de la curva de oferta.

- El impuesto obliga a que la empresa reaccione como si hubiera tomado en cuenta el daño que causa la externalidad. Las empresas más eficientes, estarán en mejor posición para lidiar con los efectos del impuesto.
- Los ingresos tributarios serán: $tq_S = P_1 E_S A P_3$. Los impuestos se trasladan a los consumidores e inciden sobre los productores.
- Este tipo de impuesto hace que los precios reflejen toda la información requerida, conduciendo a un nivel de contaminación eficiente, dependiendo de los costos marginales de cada empresa para eliminar la externalidad.
- En el caso de *S* y *F*: colocando un impuesto de *t* por unidad de producción a S, el problema de maximización del beneficio se replantearía de la siguiente manera:

$$\underset{s,x}{Max}\; p_S s - C_S(s,x) - tx$$

$$CPO:$$

$$p_S = \frac{\partial C_S(s,x)}{\partial s}$$

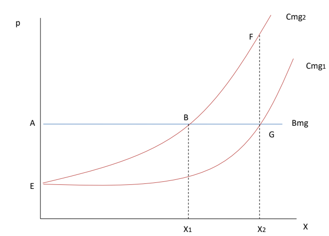
$$t = -\frac{\partial C_S(s,x)}{\partial x}$$

- Sí $t = \dfrac{\partial C_f(f^*, x^*)}{\partial x}$, se alcanzará la misma solución eficiente que en el caso de la internalización.
- El problema con la fijación de impuestos Pigouvianos es de información. El gobierno requiere conocer x^* (las curvas de costos y la demanda) para poder fijar t^*.
- Si el gobierno tuviera acceso a toda esa información podría alternativamente fijar x^* mediante controles directos (controles y regulaciones).
- ¿Tienen los agentes económicos, especialmente quienes generan una externalidad negativa, incentivos para revelar la información que permita fijar los impuestos óptimos?

Soluciones regulatorias

- Las regulaciones directas suelen no discriminar a los generadores de la externalidad, es decir no toman en cuenta sus diferencias en los costos marginales de contaminar.
- Los controles cuantitativos, en general, son ineficientes y no estimulan a los agentes a buscar innovaciones para reducir las externalidades negativas ni aumentar las positivas.
- Lo ideal es individualizar las regulaciones, pero eso no es viable por limitaciones de información y costos transaccionales.
- Con regulaciones y controles, las empresas dedican más recursos a luchar contra ellas que a reducir las externalidades negativas.

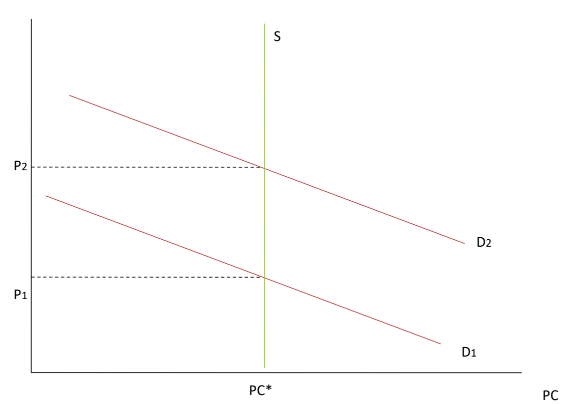
- Un método de control incorrecto puede, incluso, generar pérdidas netas. Supongamos dos métodos de control con costos marginales distintos y un beneficio marginal de reducir la contaminación constante e igual para cada unidad de contaminación prevenida:



- Si el gobierno elige un método de control que supone un costo marginal mayor y fija *X1* como nivel óptimo de contaminación, hay que observar que el beneficio neto es también menor (*ABE*)<(*AGE*). La situación empeora si elige el método 2 y fija como cantidad óptima *X2* ya que ahora se genera una pérdida neta de (*BFG*).

Emisión de derechos de contaminación que pueden ser negociados:

- Se trata de utilizar el sistema de precios para enfrentar el problema de la contaminación.
- El gobierno otorga o vende permisos de contaminación a las empresas y permite que surja un mercado regulado que finalmente sirve para alcanzar el objetivo en materia de reducción de la externalidad al menor costo (lo más eficiente) posible.
- Se supone que la oferta de derechos de contaminación es rígida (la fija el gobierno) y la demanda tiene pendiente negativa:



- A algunas empresas les resulta más barato comprar permisos que invertir en reducir la contaminación. Las empresas que no compran los derechos deben reducir la producción o invertir para reducir la contaminación.

- Los mecanismos de asignación pueden ser por subasta o asignación específica. La diferencia es quien recibe el dinero: el gobierno o las empresas (asunto relacionado con los efectos ingreso).
- En el caso de asignación directa, si una empresa reduce su contaminación, porque es muy eficiente o porque el valor del producto no es comparativamente rentable, puede vender sus derechos y de esta manera mejorar sus beneficios. Las empresas que comprará serán aquellas para las que es más costoso reducir la contaminación o la producción.
- De esta manera se logra alcanzar la meta de la manera más eficiente.
- Desarrollando el ejemplo de *S* y *F*:
  - Supongamos inicialmente que a *F* se le concede el derecho a tener agua limpia y ese derecho puede venderlo a *S*, quien genera contaminación.
  - Sea:
  - *Px* el precio por unidad de contaminación
  - *x* la cantidad de contaminación que genera *S*
  - El problema de maximización de beneficios ahora tiene que considerar que *S* compra de derechos de contaminación y *F* vende esos derechos.
  - ¿Cuándo le conviene a *S* comprar derechos de contaminación?
  - La maximización de beneficios ahora se plantearía:

$$\underset{s,x}{Max}\, P_s S - P_x x - C_s(s,x)$$

$$\underset{f,x}{Max}\ \ p_f f + P_x x - C_f\left(f,x\right)$$

$$Por\ \ CPO:$$

$$p_s = \frac{\partial C_s(s,x)}{\partial s}\ \ ;\quad P_x = -\frac{\partial C_s\left(s,x\right)}{\partial x}$$

$$p_f = \frac{\partial C_f\left(f,x\right)}{\partial f}\ \ ;\quad P_x = \frac{\partial C_f\left(f,x\right)}{\partial x}$$

  - Esta solución se corresponde con las condiciones de eficiencia.
  - ¿Qué sucederá si los derechos de propiedad se definen de manera distinta? *S* tiene el derecho a contaminar y *F* tiene que pagar para que *S* reduzca la contaminación.
  - Suponiendo que *S* tiene derecho a contaminar hasta una cantidad determinada $\bar{X}$. El problema de maximización ahora será:

$$\underset{S,X}{Max}\ p_s S + P_x(\bar{X} - X) - C_s(S, X)$$
$$\underset{F,X}{Max}\ p_f F - C_f(F, X) - P_x(\bar{X} - X)$$
$$CPO:$$
$$P_s = \frac{\partial C_s(S,X)}{\partial S} \quad ; P_x = -\frac{\partial C_s(S,X)}{\partial X}$$
$$P_f = \frac{\partial C_f(F,X)}{\partial F} \quad ; P_x = \frac{\partial C_f(F,X)}{\partial X}$$

Notar que la solución óptima (eficiente) es independiente de cómo se asignan los derechos de propiedad, pero los efectos ingreso son distintos dependiendo de quién los recibe.

- La asignación de los derechos de propiedad será invariante sólo si la distribución del ingreso debida a la dirección de los pagos por compensación no causa un cambio en la demanda. Esto requiere que no haya efectos ingreso o que el ingreso marginal será gastado de la misma manera cualquiera sea el agente al que se le asignan los derechos de propiedad. Esta es una condición que no tiene por qué cumplirse.

6. Teorema de Coase

- Ronald Coase (1960): teorema del coste social que permitió comprender con mayor claridad el problema de las externalidades y sus posibles soluciones (Nobel, 1991).
- El Teorema de Coase cuestiona el que las intervenciones del Gobierno sean necesarias.
- Teorema: En una economía competitiva, con presencia de externalidades, con información completa y costos de transacción nulos, la asignación de recursos será eficiente e invariante a como se asignen los derechos de propiedad sobre la externalidad.
- En el caso del ejemplo de la acería y la pesquería, es posible definir claramente quien tiene los derechos sobre el agua.
- El problema se puede plantear de esta manera: suponiendo que ambas empresas requieren la utilización del río, pero una de ellas lo utilizará de forma más eficaz que la otra.

		El derecho lo tiene	
		Pesquería	Siderúrgica
La Empresa más eficiente es	Pesquería	No Hay transacciones	Vende el derecho

	Siderúrgica	Compra el derecho	No Hay transacciones

- En el caso (1) la pesquería es la más eficiente en el uso del agua y tiene el derecho a usar el agua, la siderúrgica tendrá que cerrar o resolver su problema de otra manera.
- En el caso (4) la siderúrgica es la eficiente y podrá continuar con sus vertidos.
- En el caso (2) el titular del derecho es la siderúrgica pero la pesquería usa el agua de manera más eficiente. La pesquería comprará el derecho. Ambas empresas saldrán ganando: la siderúrgica obtendrá un beneficio mayor al que tenía antes de la transacción; la pesquería, que no tenía el derecho sobre el agua y por ello no podía obtener ningún beneficio, podrá tener un beneficio positivo.
- En el caso (3) la situación es simétrica a (2).

Ejemplo de Permisos de emisión comercializables:

- Emisiones de CO_2 en toneladas

	Toneladas	Costo de reducir emisiones ($/Ton)
PDVSA	9 MM	20
Sidor	4 MM	10
Total	13 MM	

- Objetivo de política: reducir 25% las emisiones (3,25 MM)
- Política I: la regulación impone que cada empresa debe reducir 25% las emisiones.

Costo por empresa

PDVSA	*(2,25 MMTon)*($/Ton 20) =*	*45 MM$*
Sidor	*(1 MMTon)*($/Ton 10) =*	*10 MM$*
Costo Total		*55 MM$*

- Nota: bajo esta política las empresas no tienen incentivos para reducir las emisiones por debajo de la meta establecida

Política II:

- Se emiten 975 títulos, cada uno permite emitir 10.000 Ton de CO_2: emisión total 9,75 MMTon (75% de las emisiones totales actuales)

- Se asignan 300 títulos a Sidor y 675 títulos a PDVSA
- Se establece un mercado para los permisos.
- Cada empresa puede:
  - Generar emisiones utilizando los títulos.
  - Generar menos emisiones y vender los títulos remanentes.
  - Emitir más de la cuota comprando títulos en el mercado.
- Suponiendo que el precio de mercado de los títulos es $ 150.000
- Posible equilibrio:
  - Sidor:
    - Vende 200 títulos por $ 30MM
    - Usa 100 títulos que le permiten emitir 1 MMTon
    - Gasta $ 20 MM para reducir emisiones por 2 MM Ton.
    - Costo neto Sidor: $ -10 MM
  - PDVSA:
    - Compra 200 títulos a Sidor por $ 30 MM que le permiten emitir 2 MM Ton
    - Usa todos sus títulos que le permiten emitir 6,75 MM Ton
    - Costo neto para PDVSA: $ 30 MM
- Reducción de emisiones:
  - Sidor: 3 MMTon
  - PDVSA:0,25 MMTon
  - Total: 3,25 MMTon
- Costo total Política II =$ 20 MM < Costo total Política I
- Conclusión:
  - Las empresas con menor costo de reducción de contaminación venderán tantos permisos como puedan.
  - Las empresas con mayores costos de reducción de emisión comprarán permisos.
  - La reducción de contaminación se concentra en las empresas con menores costos de reducción de emisión.
  - Sea cual sea la asignación inicial del derecho, la empresa que funcionará será la que lo utilice de forma más eficiente.

- La compra y venta de derechos (los costos de crear y hacer funcionar el mercado, junto con los costos transaccionales en que deben incurrir las empresas) puede tener unos costos tan elevados que absorban todos los beneficios derivados del intercambio.
- Otro problema es la ausencia de criterios judiciales de eficacia en la asignación de los derechos (deficiencia del marco jurídico e institucional).
- Para instrumentar soluciones en el marco del Teorema de Coase se requiere:
  - La eficiencia requiere que los derechos estén establecidos con claridad.
  - Los derechos de propiedad deben poderse negociar. Los costos de transacción no deben impedir los intercambios.
  - El marco jurídico e institucional es crucial para reducir los costos transaccionales. La falta de la seguridad jurídica suele ser uno de los principales factores que incrementan los costos transaccionales.
  - El número de agentes involucrados debe ser relativamente reducido. Si son demasiados agentes los costos de organización y negociación pueden ser prohibitivos. En estos casos se genera un caso del tipo dilema del prisionero: la estrategia dominante es no negociar o no participar.
  - Otro problema es la dificultad para identificar el origen de los daños y la información asimétrica entre los agentes negociadores.

El caso del mercado de bonos de contaminación (óxido de carbono) en California:

- A las 2.700 mayores empresas emisoras se le fija una cuota de emisión 8% menor que las emisiones registradas un año antes.
- Si la empresa satisface su cuota no paga nada. Si reduce la contaminación en más de 8% puede vender en el mercado el derecho a adicional a contaminar.
- Cada empresa puede comparar el precio de un bono para contaminar con el costo de reducir sus emisiones.
- Las empresas a las que les resulte fácil reducir las emisiones venderán bonos a aquellas a las que les resulte costoso.
- En condiciones de equilibrio, el precio de mercado del derecho a emitir una tonelada de contaminante será igual al costo marginal de reducir las emisiones en una tonelada. Esto garantiza, en principio, que se cumplan las condiciones de eficiencia.

Tema 10: Bienes Públicos

1. Introducción

- Clasificación de los bienes por sus características:

Exclusividad

		Si	No
Rivalidad	Si	Privados	Semipúblicos
	No	Club	Públicos

- Cuando el bien es *exclusivo* es relativamente fácil impedir que otro agente se beneficie de él una vez producido y adquirido.
- Un bien no es *rival* cuando pueden consumirse unidades adicionales del bien con un costo marginal social nulo (un automóvil más que cruza el puente no congestionado, un espectador más de TV).
- Bienes no rivales, pero si excluyentes: Caso de la TV por satélite (una vez que se emite la señal el costo marginal de ponerla a disposición de otro usuario es nulo (no hay rivalidad), pero hay exclusión ya que para poder tener acceso hay que pagar la suscripción).
- Bienes no excluyentes, pero si rivales: El aire, si las emisiones contaminantes afectan la calidad y capacidad de los otros agentes para disfrutarlo. La pesca en un lago.
- Nota: la educación pública es suministrada por el Estado porque tiene externalidades positivas, no porque sea por definición un bien público. La educación tiene un costo marginal positivo (rivalidad) y el cobro de matrícula puede excluir. Es el mismo caso de un Parque Nacional.
- Un bien público puro una vez producido está disponible en la misma cantidad para todos los agentes. *No es posible excluir a nadie, aunque cada agente valore el bien de manera distinta*. Es decir, todos consumirán lo mismo independiente que lo valoren o no (defensa nacional, un faro).
- Los bienes públicos pueden considerarse una externalidad en el consumo.
- El problema con este tipo de bienes es que el mercado falla en asignar los recursos adecuadamente.
- Como los agentes no van a tomar en cuenta el efecto que puede tener su gasto en bien público sobre el bienestar de los otros, se terminará asignando pocos recursos a estos bienes. Además, al no haber exclusión, no hay incentivos para contribuir al financiamiento del bien público.
- En general tenemos tres problemas básicos:
  - ¿Cómo decidir si un bien público debe ser producido?
  - ¿Cuánto debe producirse del bien público?

- ¿Cómo se puede financiar la producción y mantenimiento de un bien público?

- Como no hay exclusión ni rivalidad, se genera un importante problema de información: no se conocen las valoraciones individuales y los agentes tiene incentivos a no revelar esa información.

- El resultado es que se tenderá a no proveer los bienes públicos o hacerlo de una manera insuficiente, a pesar de que estos bienes suelen ser muy relevantes para determinar el bienestar social.

2. Bienes Públicos y Eficiencia Económica

Modelo de Equilibrio General con presencia de bienes públicos

- Una economía con dos agentes (*A* y *B*), dos bienes (*x* (público), *y* (privado)). La FPP viene dada por $x^2 + y = 1200$ y las preferencias se pueden representar por:
  - $U_A = 2x_A y_A \ ; \ U_B = 2x_B y_B$

- Determinación de los niveles óptimos que se deberían producir y consumir:

- *x* es un bien público:

- Cada individuo consume necesariamente la cantidad total del bien existente: $x_i = x, \forall i = 1, \ldots, n$ (no se puede optar por no consumirlo). Por ello:

$$U_i(x_i, y_i) = U_i(x, y_i), \forall i = 1, \ldots n$$

- No puede haber exclusión del consumo de ese bien.

- El consumo del bien *x* no es rival: pueden consumirse unidades adicionales del bien con un coste marginal social nulo.

- La asignación *OP* se deriva resolviendo:

$$\max_{x, y_A, y_B} \ U_A(x, y_A)$$

$$\begin{aligned} s.a. \ \ & U_B(x, y_B) = \bar{U}_B \\ & T(x, y) = 0 \ \ \text{(FPP)} \\ & x = x_A = x_B \\ & y = y_A + y_B \end{aligned}$$

$$L(x, y_A, y_B, \lambda, \mu) = U_A(x, y_A) - \lambda(U_B(x, y_B) - \bar{U}_B) - \mu T(x, y)$$

- Las CPO:

$$(1)\quad \frac{\partial L}{\partial x} = U'_{Ax} - \lambda U'_{Bx} - \mu\frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

$$(2)\quad \frac{\partial L}{\partial y_A} = U'_{Ay} - \mu\frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

$$(3)\quad \frac{\partial L}{\partial y_B} = -\lambda U'_{By} - \mu\frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

$$(4)\quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = U_B(x, y_B) = \bar{U}_B$$

$$(5)\quad \frac{\partial L}{\partial \mu} = T(x, y) = 0$$

- De (2) y (3) se puede derivar: $\lambda = -\frac{U'_{Ay}}{U'_{By}}$

- Sustituyendo λ y dividiendo (1) y (2):

$$\begin{cases} \dfrac{\frac{\partial T}{\partial x}}{\frac{\partial T}{\partial y}} = \dfrac{U'_{Ax}}{U'_{Ay}} + \dfrac{U'_{Bx}}{U'_{By}} \Rightarrow \boxed{\left|RMT_{yx}\right| = \left|RMS^{A}_{yx}\right| + \left|RMS^{B}_{yx}\right|} \left(\text{Regla de Samuelson}\right) \\ T(x, y) = 0 \end{cases}$$

- Nota: La existencia de un bien público *modifica las condiciones de optimalidad* respecto a una situación donde todos los bienes son privados. Dado que el aumento en el consumo de una unidad más del bien público mejora a todos los consumidores, la suma de las relaciones marginales de sustitución de todos los individuos indica la cantidad total de bien privado que el conjunto de individuos de la sociedad está dispuesto a intercambiar por esa unidad más del bien público.

- En el caso específico del ejemplo, el problema a resolver para la sociedad sería:

$$\max_{x, y_a, y_b} U_A = 2xy_A$$

$$s.a.\quad U_B = 2xy_B = \bar{U}_B$$

$$x^2 + y = 1200$$

$$x = x_A = x_B$$

$$y = y_A + y_B$$

- Cuyas CPO serían:

$$\begin{cases} \left|RMT_{yx}\right| = \left|RMS^{A}_{yx}\right| + \left|RMS^{B}_{yx}\right| \Rightarrow \dfrac{y_A}{x} + \dfrac{y_B}{x} = 2x \\ x^2 + y = 1200 \end{cases}$$

- Ya que:

$$y_A + y_B = y$$

$$\frac{y}{x} = 2x \Rightarrow y = 2x^2 \Rightarrow x^2 + 2x^2 = 3x^2 = 1200$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x^{op} = 20 \\ y^{op} = 800 \end{array}}$$

- Dado que las preferencias de A y B son idénticas: $y_A = y_B = 400$
- Si los bienes fueran privados:
  - La asignación OP sería:

$$\begin{aligned} &\max_{x_A, y_A} U_A(x_A, y_A) \\ &s.a. \;\; U_B(x_B, y_B) = \bar{U}_B \\ &\qquad T(x,y) = 0 \\ &\qquad x_A + x_B = x \\ &\qquad y_A + y_B = y \end{aligned}$$

  - Las CPO en este caso son:

$$\begin{cases} \boxed{\left|RMT_{yx}\right| = \left|RMS^{A}_{yx}\right| = \left|RMS^{B}_{yx}\right|} \\ T(x,y) = 0 \end{cases}$$

  - En el caso del ejemplo:

$$\begin{cases} \dfrac{y_A}{x_A} = \dfrac{y_B}{x_B} = 2x \\ x^2 + y = 1200 \end{cases}$$

  - Como $x = x_A + x_B \;\; ; \;\; y = y_A + y_B$
  - Resolviendo el sistema: $\boxed{\begin{array}{l} \tilde{x} = 15{,}492 \\ \tilde{y} = 960 \end{array}}$

- Cuando x es bien público $\left|RMS_{yx}^{A}\right|+\left|RMS_{yx}^{B}\right|=\boxed{20}$
- *Cuando el bien es público cada agente termina consumiendo 20 de bien público cuando todos los bienes son privados lo óptimo es consumir 15,492.*

3. Conclusiones relevantes relacionadas con la eficiencia económica:

- Debido a que x es un bien público, ni exclusivo ni rival, un aumento de x en una unidad aumentará el consumo de todos los individuos del bien público en una unidad. Por tanto, el valor marginal de la unidad adicional del bien público, por lo que se refiere al bien privado, ***es la suma de todas las valoraciones marginales del bien público que hacen los individuos*** (Regla de Samuelson).
- Siempre que ***la suma*** de las disposiciones a pagar de los agentes supere el costo marginal del bien público, éste debería suministrarse.
- En el caso de los bienes privados, cada agente puede consumir cantidades distintas, pero todos deben valorarlo igual en el margen. En el caso de los bienes públicos, ***cada agente tiene a su disposición la misma cantidad del bien, aunque lo valore distinto a los demás***.
- La eficiencia exige que la cantidad del bien privado a la que los individuos estarían dispuestos a renunciar en total para adquirir una unidad adicional del bien público $\left(\sum_i RMS_{yx}^{i}\right)$ debe ser igual a la cantidad en la que debe reducirse la producción del bien privado para elevar la producción del bien público en una unidad $\left(RMT_{yx}\right)$.
- *Una economía de mercado tiene pocas probabilidades de satisfacer las condiciones de eficiencia* para la oferta de bienes públicos por dos motivos:
  - Con muchos bienes públicos resulta muy difícil ejercer la exclusión. ***No es posible excluir del consumo a los que no pagan***, por ello las empresas se encontraran en dificultades para recaudar ingresos y cubrir los costos de producción del bien público. En este caso ***los precios*** que cobrarán las empresas para ofrecer los bienes públicos ***no serán una medida del beneficio marginal del bien y habrá una oferta del bien inferior a la eficiente.***
  - Aunque hubiese exclusión, la *no rivalidad* hace que ***el costo de oportunidad de una unidad que se vende a un cliente es nulo***. Debido a que el bien es público, una unidad adicional consumida por un individuo no reduce la cantidad disponible para su consumo por cualquier otro individuo. Ningún consumidor compite con otro. ***El mercado no es competitivo***. Si un consumidor se da cuenta que el costo marginal de su propio consumo es nulo, puede ofrecer al productor un precio muy bajo por el derecho a consumir. Si todos actúan igual, ***el precio no cubrirá los costos y la producción será nula.***
- Nota: Si bien la *Regla de Samuelson* permite derivar la cantidad óptima de bien público, esto no quiere decir que esta cantidad se obtenga con facilidad, dada la

existencia del problema del ***free-rider***. *La provisión eficiente de bien público requerirá la intervención del gobierno o que los agentes actúen cooperativamente.*

4. El financiamiento de los bienes públicos y el problema del parásito (*free riders*):

- No hay incentivos para revelar la verdadera información referida a la valoración individual de los bienes públicos.
- Hay incentivos para que cada agente suponga que los otros serán quienes contribuyan a financiar el bien público.
- El problema del parásito que acompaña a los bienes públicos es lo que conduce a la ineficiencia. El punto es que cada consumidor deriva beneficios de las compras de los otros agentes, esto introduce el comportamiento estratégico entre los agentes.
- En términos de teoría de juegos, estamos frente a un típico dilema del prisionero.
- Supongamos la siguiente situación:
  - Riqueza individual: $W_i = 50.000$
  - Costo del bien público: $C(X) = 15.000$
  - Valor asignado por el agente i al bien público (no revelado): $r_i = 10.000$
  - $i = 1,2$
- Si cada agente decide por su cuenta si compra o no el bien público, tendremos la siguiente matriz de pagos:

		Agente 2	
		Comprar	*No Comprar*
Agente 1	*Comprar*	$-5.000;-5.000$	$-5.000;10.000$
	No Comprar	$10.000;-5.000$	$\boxed{0;0}$

- El resultado sería quedarse sin el bien público, ya que el óptimo desde el punto de vista individual es comportarse como parásito.
- Este problema empeora a medida que se incrementa el número de agentes.

5. Formalización del problema del parásito:

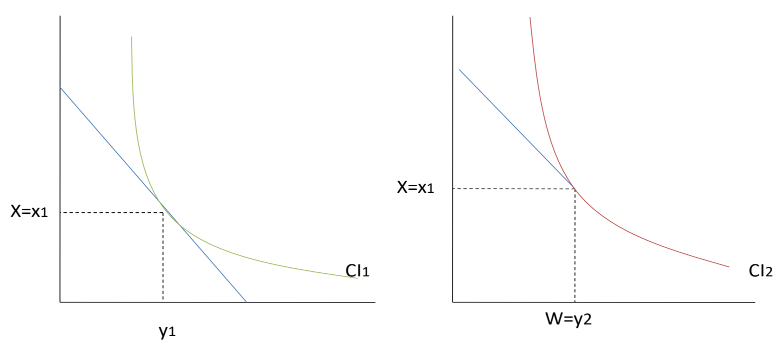
- Suponiendo que, para cada agente, el ingreso se gasta entre bienes privados (y_i) y su aporte al financiamiento del bien público (x_i): $W_i = y_i + x_i$
- Suponiendo que la función de costos del bien público es:

$$C(X) = X$$
$$C'_X = 1$$

- La cantidad total del bien público estará determinada por: $X = x_1 + x_2$
- La función de utilidad de cada agente será: $U_i = U_i\left(y_i, x_1 + x_2\right)$
- Observar que la decisión de cuanto aportar depende de lo que cada agente crea que los otros harán. El equilibrio es del tipo Nash (comportamiento estratégico). Se puede mostrar que el equilibrio de Nash no es Pareto-eficiente. Los agentes tendrán incentivos para pagar muy poco, o no pagar, por el bien público.
- El problema de maximización del consumidor 1 se planteará en estos términos:

$$\max_{y_1, x_1} U_1(y_1, x_1 + x_2)$$
$$sa \;\; W_1 = y_1 + x_1$$

- La solución va a depender de cuánto crea 1 que 2 va a aportar para el bien público. Por ejemplo, si 2 considera que 1 aportará suficiente el no aportará nada y gastará todo su ingreso en bienes privados.



- El agente 2 maximiza si gasta todo su ingreso en bien privado y disfruta del bien público.
- En un equilibrio voluntario la cantidad que se suministra del bien público es demasiado pequeña.

¿Debe intervenir el Gobierno?

- La vigencia de la Regla de Samuelson lo que implica es que la intervención del Gobierno es inevitable para mejorar la eficiencia y el bienestar.
- La solución más obvia sería que el gobierno asuma la responsabilidad de proveer todo el bien público y lo financie mediante impuestos no distorsionantes (impuestos de sume fija).
- El problema es que los impuestos de suma fija son muy difíciles de aplicar y el gobierno no conoce las tasas marginales de sustitución de los agentes, y los agentes no tienen incentivos para revelar esta información.

¿Hay otros mecanismos que permitan alcanzar la asignación eficiente de bienes públicos y que reduzcan la necesidad de la intervención arbitraria del gobierno o que la controlen?

*La determinación de la cantidad de bien público mediante un proceso de **votación por mayoría**:*

- En la práctica el nivel de provisión de bienes públicos lo determina el proceso político. El partido político en el poder determina el nivel del gasto público.
- La teoría nos dice que no es un buen supuesto esperar que la votación por mayoría garantice la provisión adecuada del bien público ¿Por qué?:
  - Supongamos H consumidores votantes y contribuyentes y el costo unitario del bien público es 1.
  - El costo del bien público se reparte equitativamente: si se produce X, cada consumidor podría contribuir con: $\frac{X}{H}$
  - Con un ingreso M^h, la función de utilidad de cada consumidor puede escribirse: $U^h\left(M^h - \frac{X}{H}, X\right)$.
  - En el caso de una elección por mayoría las preferencias del votante mediano son las relevantes para determinar el resultado. Es decir, el Teorema del Votante Mediano asegura que el consumidor con la preferencia mediana será decisivo en la elección del nivel de bien público. Las preferencias relevantes son las del votante que ocupa la posición: $\frac{H+1}{2}$ (si H es impar)[11].

---

[11] El teorema del votante mediano establece que bajo ciertos supuestos el resultado de una elección es el preferido por el votante mediano. Los supuestos son cuatro. Primero, que la elección sea mayoritaria (que gane el candidato con más votos). Segundo, que se puedan ordenar las preferencias de los votantes a lo largo de un espectro unidimensional. Tercero, que los votantes tengan preferencias establecidas y que votan por el candidato que más se acerca ellas. Cuarto, que los votantes voten de forma honesta por su primera preferencia (es decir que no votan de forma estratégica). Para apreciar la lógica del modelo del votante mediano, considérese un grupo de tres individuos: A, B y C deben escoger un restaurante en el que comer. A prefiere un restaurante donde se pueda comer por $5, B prefiere uno de $10 y C quiere uno de $20 el menú. Puede afirmarse que B es el votante mediano, puesto que el mismo número de individuos prefiere un restaurante más caro que el de B e igualmente el mismo número prefiere uno más barato. Por simplicidad, se supone que, dadas cualesquiera dos opciones, cada miembro del grupo preferirá restaurantes con precios más cercanos a su restaurante predilecto a aquellos que más se alejan de él. Ahora considérese algunas posibles decisiones siguiendo el criterio de la mayoría:

Opciones	Patrón de votos			Resultado
$20 vs. $5	A: 5	B: 5	C: 20	5
$10 vs. $20	A: 10	B: 10	C: 20	10

- Nota: con un sistema de elección por mayoría no hay incentivos para exagerar o subestimar las preferencias. Si alguien ubicado por debajo de la mediana vota sobreestimando el valor que para él tiene el bien público se perjudicaría. Igual si vota subestimando. Así que la mejor estrategia será ser sincero.

- Digamos que la cantidad preferida por el votante mediano es X^m. Esta será la cantidad demanda por el votante mediano al resolver el siguiente problema de maximización:

$$\max_X U^m\left(M^m - \frac{X}{H}, X\right)$$

$$CPO : TMS^m = \frac{1}{H}$$

- La condición para que la elección de X del votante mediano sea la del nivel Pareto-eficiente sería: $TMS^m = \sum_{h=1}^{H} \frac{TMS^h}{H}$, ya que la Regla de Samuelson supone: $\sum_{h=1}^{H} TMS^h = 1$

- ¿Hay algo que asegure que X^m será el que se requiere para alcanzar el óptimo? *Nada*, ya que no hay razones para pensar que la TMS del votante mediano sea igual a la TMS promedio de la población.

- Lo que si puede decirse es que, si la TMS del votante mediano es baja, el nivel de X será bajo y viceversa si la TMS es alta.

- Igualmente, si la distribución del ingreso es muy regresiva y la TMS es muy alta para los votantes más pobres, es muy probable que la TMS del votante mediano sea alta y por ello el nivel de X tenderá a ser excesivo.

6. Fijación de precios personalizados (precios Lindahl)

- Dado que el mercado y el proceso de decisión mediante votaciones fallan por falta de incentivos, Lindahl propone un procedimiento que permitiría deducir *precios personalizados* que se alineen con las preferencias de los agentes. Como las preferencias son distintas los precios que se pagarían también deberían de serlo. Si se pueden fijar los precios correctos, se obtendría la cantidad correcta de X.
  - El objetivo es modificar los incentivos de manera que se alineen los beneficios privados con los sociales.

\$10 vs. \$5	A: 5	B: 10	C: 10	10

La forma débil del teorema dice que el votante mediano siempre dirige su voto hacia la política adoptada. Nótese que B siempre vota en favor del resultado ganador. Nótese también que, en cuanto a B, el restaurante de \$10 derrotará a cualquier otro. Si hay un votante mediano, su alternativa preferida ganará a cualquier otra alternativa (el punto ideal del votante mediano es siempre un resultado ajustado al criterio de Condorcet). En consecuencia, una vez alcanzado el resultado más preferido del votante mediano, ninguna otra alternativa en voto mayoritario puede derrotarlo. Por otra parte, la forma fuerte del teorema dice que el votante mediano siempre obtiene su alternativa más preferida.

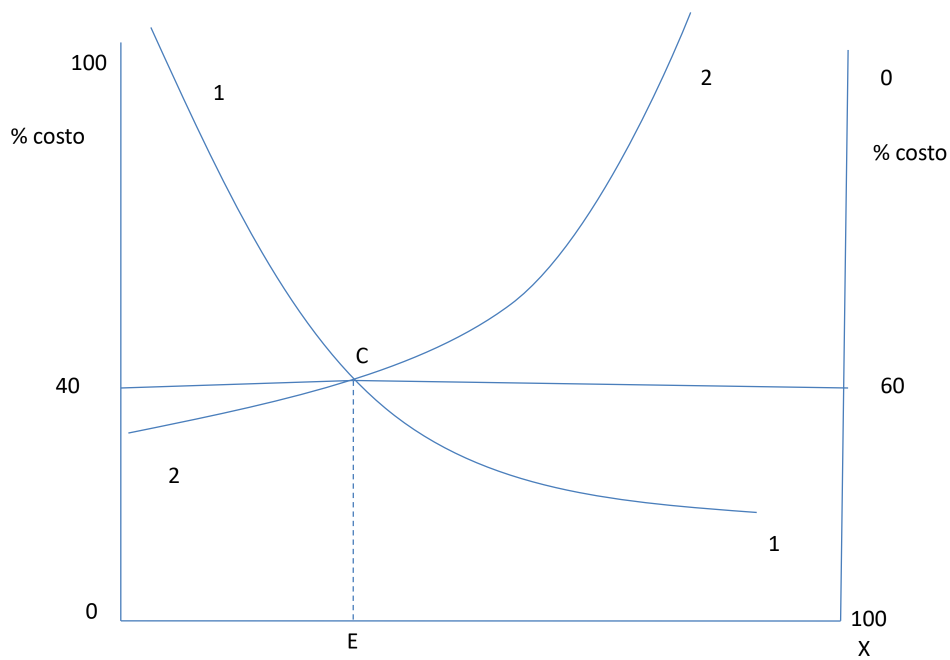
- Suponiendo un mecanismo diseñado de esta manera:
  - Se tienen dos consumidores y el costo unitario del bien público es 1.
  - El gobierno preanuncia que para financiar el costo del bien público se impone una contribución a cada agente (τ^h). Digamos 50% del costo debe pagar cada uno de los agentes.
  - A partir de esta información cada agente decide cuanto bien público desea. Si los agentes deciden ambos tener el mismo nivel de *X*, se provee esa cantidad, en caso de no ser así se propone otra estructura de τ^h.
  - El proceso se continúa hasta que se alcance un punto donde ambos agentes deseen la misma cantidad de *X* (equilibrio de Lindahl).
  - Formalmente:

$$U^h = U^h(M^h - \tau^h X^h, X^h)$$

Por CPO: $TMS^h_{X,y} = \dfrac{U^h_X}{U^h_y} = \tau^h$

Considerando conjuntamente los dos consumidores:

$$TMS^1_{X,y} + TMS^2_{X,y} = \frac{U^1_X}{U^1_y} + \frac{U^2_X}{U^2_y} = \tau^1 + \tau^2 = 1$$



- 1 1: demanda del agente 1 del bien público. Cuando el precio del bien público es más alto, 1 demanda menos *X*.
- 2 2: demanda del agente 2 del bien público. Cuando el precio del bien público es más alto, 2 demanda menos *X*.

- Si el nivel de *X* < OE, los dos agentes estarían dispuestos a pagar más del 100% del costo del bien público y votaran a favor de incrementar el nivel de producción de *X*.
- Si el nivel de *X* > OE, los dos agentes no estarían dispuestos a pagar el costo del bien público y votaran en contra de incrementar el nivel de producción de *X*.
- Las proporciones de impuestos desempeñarán el papel de seudo precios que reproducen el funcionamiento del mercado competitivo.
- *Resultado*: los precios personalizados igualan las valoraciones individuales con el costo del bien público y permiten alcanzar un resultado eficiente al corregir la divergencia entre los beneficios individuales y los sociales.

- Problemas con este mecanismo:
  - Cuando hay muchos agentes involucrados los costos de organizar el mecanismo serán muy elevados.
  - El mecanismo descansa en la condición de que los agentes revelen sus verdaderas preferencias y estos no tienen incentivos para hacerlo ya que los impuestos que deben pagar se fijan en función de sus revelaciones.
- *Conclusión:* el mecanismo de Lindahl puede alcanzar la eficiencia sólo si los consumidores actúan honestamente. Si actúan estratégicamente, ellos pueden manipular el resultado y alejarse de la eficiencia.

¿Se pueden diseñar mecanismos que no puedan ser manipulados por los agentes falseando la información?

7. Impuestos Clarke-Grove

- Todos los mecanismos que supongan relacionar la revelación de preferencias a las propias contribuciones fallaran, conduciendo a no proveer un bien público, a pesar de que se justifique socialmente, o a proveerlo en exceso.
- El punto es encontrar un mecanismo que permita que los agentes digan la verdad (como en el caso de las votaciones por mayoría) y que garanticen que se provea el nivel adecuado de *X* (lo que no está garantizado por la votación mayoritaria).
- La clave de este tipo de mecanismo es asociar lo que cada agente debe pagar no al valor que el declare sino al que declaren los demás.
- Estos mecanismos son derivaciones de las subastas “tipo Vickrey” o “subastas a sobre cerrado y segundo precio”. En este tipo de subastas, el apostador que gana el juego es aquel cuya apuesta sea la mayor, pero debe pagar el monto apostado por el segundo mayor apostador. El resultado siempre será apostar alineado con la verdadera valoración que cada apostador tiene del bien. Es decir, la estrategia óptima es “decir la verdad”.
- Suponiendo que “j” asigna un valor v_j al bien objeto de la subasta.
- La subasta la gana quien haga la apuesta más alta B.

- Si j anuncia una apuesta $b \geq B$, gana la apuesta y paga B. El beneficio neto $n_j = v_j - B$
- Si j anuncia una apuesta $b < B$, pierde y $n_j = 0$
- Pueden presentarse dos casos:
  - Caso1: $B > v_j$. Si j ganara la subasta perdería dinero $\Rightarrow n_j = v_j - B < 0$
  - Caso 2: $B \leq v_j \Rightarrow n_j = v_j - B \geq 0$. Si $b = v_j$, el agente se aseguraría que gana la subasta.
- Conclusión: la estrategia óptima es: la apuesta está alineada con el verdadero valor que el agente asigna al bien, independientemente de lo que hagan otros. La clave es: el pago lo determina la segunda mejor apuesta.
- Esto siempre funcionará, a menos que haya colusión entre los agentes y puedan negociarse las posturas en juegos repetidos o diferentes.
- El mecanismo Clarke-Groves está diseñado para reducir la conducta "free rider" y permitir que los bienes públicos se doten y se financien cuando se cumpla la condición de Samuelson.
- El mecanismo consiste en las siguientes etapas:
  - Etapa 1: los agentes reportan públicamente el valor que le asignan al bien: $r_i,\ i = 1, 2, ..., j, ...h$. Observar que: $r_i \neq v_i$
  - Etapa 2: Se suman los valores reportados: $\sum_{i=1}^{h} r_i$
  - Etapa 3:
    - Sí $\sum_{i=1}^{h} r_i - C_g \geq 0$, el subastador (el gobierno) decide dotar el bien.
    - Sí $\sum_{i=1}^{h} r_i - C_g < 0$ el subastador (el gobierno) decide no dotar el bien.
  - Etapa 4: Sí el valor de *j* fue decisivo, es decir con su declaración logra cambiar la decisión. El agente *j* debe pagar por ello (impuesto Clarke):
    - El agente *j* paga el impuesto sí: $\sum_{i=1, i \neq j}^{h} r_i < C_g < \sum_{i=1}^{h} r_i$
    - En este caso *j* debe pagar: $T_j = C_g - \sum_{i=1, i \neq j}^{h} r_i$

Ejemplo Impuesto Clarke:

$$i = 1, 2, 3$$

$$C_g = 30.000$$

$$c_i = \frac{C_g}{3} = 10.000 \text{ , fijado de antemano}$$

$$v_1 = 5.000 \text{ , } v_2 = 5.000 \text{ , } v_3 = 25.000$$

Agente	c_i	v_i	n_i
1	10.000	5.000	–5.000
2	10.000	5.000	–5.000
3	10.000	25.000	15.000

- En una votación, la mayoría se opondría, aunque es eficiente proveer el bien público, en el sentido de Pareto. La regla de Samuelson, en este caso, indica que es óptimo proveer el bien: $\sum_{i=1}^{3} v_i > C_g$
- Impuesto Clarke:

$$\sum_{i \neq 1} n_i = -5.000 + 15.000 = 10.000 \text{ y } n_1 = -5.000$$

- Agente 1:
  - Este agente no es bisagra, su declaración no cambia la decisión. El bien público se dotará independientemente de su declaración. Para que 1 se convierta en bisagra tendría que declarar que $n_1 > -10.000$. Si hace eso tiene que pagar un impuesto de 10.000. Si paga ese impuesto, 1 experimentaría una pérdida de:

$$v_1 - T_1 = 5.000 - 10.000 = -5.000 < 0$$

- Agente 2: igual caso que 1
- Agente 3: es un agente bisagra ya que es determinante para la decisión.
  - Sin su declaración no se suministra el bien público
  - Con su declaración se suministra el bien público

$$v_3 - c_3 = n_3 = 15.000 > T_3 = 10.000 \text{, se beneficia en 5.000.}$$

  - No tiene sentido que exagere su n_i ya que no alteraría los resultados. Cualquier impuesto entre 10.000 y 15.000, limitará el incentivo a exagerar.
  - No tiene sentido que subestime n_i ya que reduce las posibilidades de que se suministre el bien público y no altera los impuestos que tiene que pagar.

- En cualquier caso, si 3 exagera, al pagar 10.000 estaría compensando justamente a los que se oponen y aún recibiría un beneficio neto positivo. Por ello la decisión de proveer el bien sería óptimo paretiana: si se provee el bien al menos un agente esta mejor y ninguno peor.

- **Conclusión**: el mecanismo Clarke garantiza que sea beneficioso decir la verdad y que se provea el bien público cuando es deseable hacerlo.

Problemas con este mecanismo:

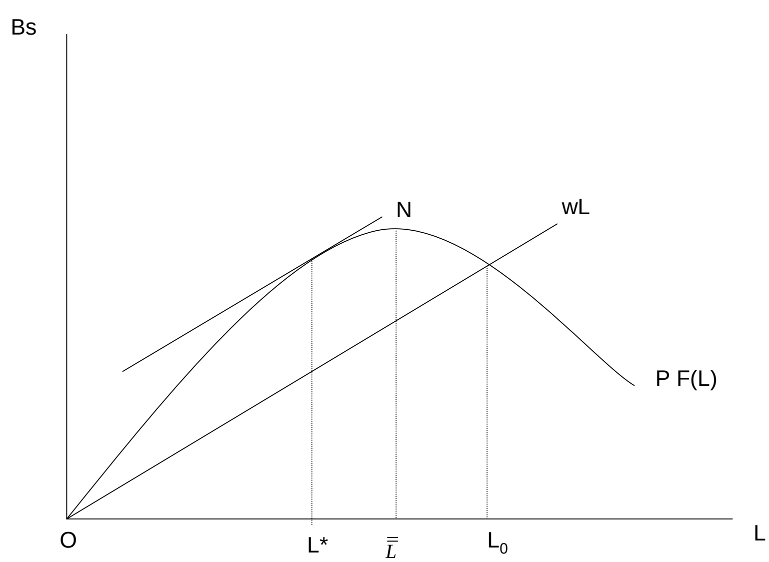
- Habrá elevados costos asociados a administrar el mecanismo para garantizar los pagos entre los agentes. Son los costos asociados a la necesidad de extraer la información y hacer los pagos entre agentes.
- Una manera de reducir los costos asociados a los pagos es que los pagos los hagan sólo los agentes bisagra, aquellos que cambian la decisión social (Impuesto Clarke).
- El mecanismo no está exento de desviaciones por colusión y negociación entre agentes en juegos repetidos o relacionados.

8. Tragedia de los Bienes Comunes

- Con los bienes comunes surge un problema derivado de los incentivos individuales a explotar ineficientemente los recursos.
- Caso de un lago donde todos los agentes tienen derecho a pescar.
- Suponiendo que el total de capturas (q)depende sólo del tiempo total que dedican todos los individuos a la pesca ($\sum L_i$):

$$q = f(L) = f(\sum L_i)$$

- Donde $f(L)$ es estrictamente cóncava en L y alcanza un máximo en N



- La captura q_i del individuo i-esimo es: $q_i = (\frac{L_i}{L}) f(L)$
- Esto supone que todos están igualmente calificados, pueden pescar en cualquier lugar del lago, y los peces pueden situarse por cualquier zona del lago. Por lo tanto, la proporción de la captura total que obtiene el individuo *i*-esimo es igual a la proporción que representa su trabajo sobre el trabajo total empleado en la pesca: $\frac{q_i}{q} = \frac{L_i}{L}$
- Alternativamente, la producción por unidad de factor trabajo es $\frac{q}{L}$, de modo que L_i horas dedicadas a la pesca producen una captura de $L_i \frac{q}{L}$
- Supongamos que las variaciones en la producción de pescado no afectan el precio del pescado P, y que las variaciones en el total del factor empleado no afectan el salario w. Es decir, los agentes son precios aceptantes.
- Cada uno de los agentes desea maximizar su beneficio individual:

$$\pi_i = pq_i - wL_i ,$$

- Por lo tanto, cada uno fija L_i de modo que (recordar que q depende de L_i) :

$$\frac{d\pi_i}{dL_i} = \frac{d}{dL_i}(\frac{pL_i f(L)}{L} - wL_i) = p[\frac{q}{L} + (\frac{L_i}{L})(f' - \frac{q}{L})] - w = 0$$

- Cuando se satisface esta condición cada agente está maximizando beneficios y obtiene unos *beneficios positivos*. Demostración:

$$\pi_i = pq_i - wL_i = (\frac{pq}{L} - w)L_i$$

Que es positivo para $L_i > 0$, si y solo si: $\frac{pq}{L} - w > 0$

- Por hipótesis la productividad marginal decrece $(f'' < 0)$, por lo tanto, la productividad marginal es menor que la productividad media: $f' < \frac{q}{L}$, por tanto:

$$\frac{pq}{L} - w = p(\frac{L_i}{L})\underbrace{(\frac{q}{L} - f')}_{+} > 0 \Rightarrow \text{ los } \textit{beneficios son positivos.}$$

- Los beneficios positivos atraen más agentes al lago, dado que no hay restricciones a la entrada. La entrada continuará hasta que el trabajo de cada agente represente una participación muy pequeña respecto del total del factor trabajo y π_i tienda a 0 con $\frac{L_i}{L}$.

- El equilibrio se caracterizará por un número de agentes arbitrariamente grande, cada uno obteniendo un beneficio nulo. A nivel agregado: $pq - wL = 0$
- En el gráfico el equilibrio de libre acceso está en L^0.
- El nivel eficiente de L es L^* , donde la distancia vertical entre las curvas pq y wL es máxima.
- $L^* < L^0$ ya que la productividad marginal es menor que la productividad media $\Rightarrow$ el libre acceso siempre conduce a la sobreexplotación si hay rendimientos decrecientes.
- Podría alcanzarse el resultado eficiente si todos los individuos con derecho a pescar llegaran a un acuerdo para reducir su trabajo total a L^*. Este acuerdo puede tener pocas probabilidades de éxito si existe un gran número de agentes con derecho o si es difícil vigilar el cumplimiento del acuerdo.
- Cualquier agente siempre encontrará rentable romper el acuerdo. El beneficio marginal por un L_i adicional es:

$$\frac{d\pi_i}{dL_i} = p[\frac{q}{L} + (\frac{L_i}{L})(f' - \frac{q}{L})] - w$$

- En L^* tenemos $pf' = w$ (ingreso del producto marginal del factor será igual al costo marginal del factor). Sustituyendo w y reordenando:

$$\frac{d\pi_i}{dL_i} = p(\frac{q}{L} - f')(1 - \frac{L_i}{L}) > 0$$

- De modo que siempre habrá un incentivo para que un agente aumente la cantidad de trabajo.
- Una solución podría ser dividir el lago entre los pescadores y darles derecho exclusivo de pesca sobre una parte. Sin embargo, esto exigiría vigilancia y esto puede resultar costoso.
- Una solución alternativa sería conceder la propiedad del lago a un solo agente, la maximización del beneficio conduce al trabajo eficiente (con tal de que el mercado final de pescado siga siendo competitivo).

9. Modelo en Hindriks y Myles:

- Considerando un lago que puede ser explotado por pescadores que no poseen botes propios y deben alquilarlos a un costo c por día.
- El número de pescados capturados por bote en un día cualquiera es: $F(B)$; $f'(B) < 0$ (la cantidad de pescado capturada por bote se reduce con el aumento de botes pescando).
- Cada pescador deseará alquilar un bote siempre que su beneficio sea positivo.
- Suponiendo que w es el costo de oportunidad del pescador.
- El precio del pescado en el mercado es $p=1$, de manera que el ingreso total será $I=F(B)$.

- El número de botes que pescan será aquel que permita que el beneficio de pescar sea igual al costo de oportunidad de pescar (los salarios no percibidos de un trabajo alternativo).
- El número de botes de equilibrio, dese la perspectiva del pescador individual, viene dado por:

$$\pi = F(B^*) - c = w \qquad (1)$$

- Desde el punto de vista de la comunidad (la sociedad), el número óptimo de botes pescando $\left(B^0\right)$ sería el que maximiza el beneficio total para la comunidad, neto del costo de oportunidad de pescar:

$$\max_B \; B[F(B) - c - w]$$

- Por CPO:

$$\boxed{\begin{array}{l} [F(B^0) - c] + Bf'(B^0) = w; \;\; f'(B^0) < 0 \qquad (2) \\ \text{Esto Implica: } F(B^*) < F(B^0) \Rightarrow B^0 < B^* \end{array}}$$

- Comparando (2) con (1)→ $B^0 < B^*$: es decir el número de botes pescando será mayor que el óptimo. El resultado refleja que desde el punto de vista individual no se toma en cuenta los efectos que la pesca individual tendrá sobre la pesca de toda la colectividad (una externalidad negativa).
- Dos soluciones de política son posibles:
  - Un impuesto por bote, de manera que se pueda internalizar la externalidad generada por cada bote.
  - Fijar una cuota de pescados por bote igual a la cantidad óptima o eficiente.
- En ambos casos surge el problema de la información.
- Otra solución es establecer derechos de propiedad y eliminar el carácter común del recurso.

Bibliografía

Chiang, Alpha y Kevin Wainwright. (2005). *Fundamentals Methods of Mathematical Economics*. McGraw Hill. New York.

Dinwiddy, Carolina y F. Teal. (1988). *The Two-Sector General Equilibrium Model: A New Approach*. ST. Martin´s Press. New York, US.

Fernández, Juan y Juan Tugores. (1992). *Fundamentos de Microeconomía* (Segunda Edición). McGraw Hill. México, DF.

Gravelle, H. y Rees, R. (2008). *Microeconomics* (Third Edition). Prentice Hall. New York, US.

Henderson, James y Richard Quandt. (1985). *Teoría Microeconómica* (Tercera Edición). Ariel Economía. Barcelona, España.

Hindriks, Jean y Myles, Gareth (2013). *Intermediate Publics Economics (second edition),* MIT Press, Cambridge, US.

Krugman, Paul y Wells, Rovin (2009). *Microeconomics* (Second Edition). Worth Publishers. New York, US.

Lovell, M. (2004). *Economics with Calculus*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. London, UK.

Nicholson, Walter. (2008). *Teoría Microeconómica: principios básicos y aplicaciones* (novena edición). Cengage Learning. México, DF.

Puértolas, J. y Llorente, L. (2013). *Microeconomía Interactiva II* (Primera Edición). Ediciones Pirámide. Madrid, España.

Varian, H. (2014). *Intermediate Microeconomics with Calculus* (First Edition). Norton. New York, US.